

引用格式: 骆长鑫, 张东洋, 雷虎民, 等. 输入受限的高超声速飞行器鲁棒反演控制[J]. 航空学报, 2018, 39(4): 321801. LUO C X, ZHANG D Y, LEI H M, et al. Robust backstepping control of input-constrained hypersonic vehicle[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2018, 39(4): 321801 (in Chinese). doi: 10.7527/S1000-6893.2017.21801

输入受限的高超声速飞行器鲁棒反演控制

骆长鑫^{1,*}, 张东洋², 雷虎民², 卜祥伟², 叶继坤²

1. 空军工程大学 研究生院, 西安 710051
2. 空军工程大学 防空反导学院, 西安 710051

摘要: 针对存在参数摄动的吸气式高超声速飞行器(AHV)弹性体模型, 考虑执行机构幅值和速率受限问题, 提出了一种基于辅助误差补偿策略的鲁棒反演控制方法。采用改进的辅助系统, 保证了执行机构在幅值与速率同时达到饱和时闭环控制系统的稳定性和跟踪误差的有界性; 采用有限时间收敛微分器(FD), 实现了对虚拟指令及其一阶导数的有效估计, 并在此基础上, 设计非线性干扰观测器(NDO), 对模型不确定项进行了平滑估计, 进一步提高了控制精度。通过仿真, 验证了所设计控制方法的有效性。

关键词: 高超声速飞行器; 鲁棒反演控制; 辅助误差补偿; 有限时间收敛微分器; 非线性干扰观测器

中图分类号: V448 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-6893(2018)04-321801-13

吸气式高超声速飞行器(AHV)已成为 21 世纪世界航空航天技术发展新的制高点, 必将在未来国防装备发展和民用空天技术应用中发挥极其重要的战略作用。然而, AHV 在动力学特性上表现出比传统飞行器更加显著的强耦合、强非线性、非最小相位行为和模型不确定性, 且对飞行姿态异常敏感, 这使得 AHV 的飞行控制成为当今控制领域的前沿问题^[1-4]。

因为 AHV 动力学特性十分复杂且缺少建模所需的实验数据, 在现有的国内外研究成果中, 大多集中于对 AHV 纵向运动模型的研究^[5], 相关的控制工作也在纵向平面内展开。同时, 考虑到其对姿态的敏感以及燃料消耗等因素, 在飞行任务中, 应尽量避免横向机动, 因此对其纵向运动进行研究有其合理性和实际意义^[6]。

AHV 以升降舵作为执行机构来控制纵向运动的高度和姿态, 随着飞行高度的增加, 升降舵的

执行效率会显著下降, 例如, AHV 以 5 马赫速度飞行时, 在 10 km 高空处的升降舵执行效率相对 100 m 处将下降 1/3 以上^[5]。同时, AHV 在飞行过程中会受到诸如阵风、湍流以及未知气流的干扰, 因此, AHV 在高空飞行时极易出现升降舵饱和现象。而一旦执行器达到饱和, 理想控制律就无法得到有效的执行, 闭环控制系统将不再稳定, 极有可能造成控制系统的失效, 这就迫切要求开展 AHV 的抗饱和控制研究。文献[7]只考虑发动机的节流阀饱和现象, 提出了一种基于时标分离的神经控制方法。文献[8-9]设计了一种鲁棒控制策略, 采用辅助线性矩阵不等式解决了执行器的饱和问题。文献[10]通过一个辅助系统对跟踪误差进行了修正, 基于 Lyapunov 稳定性理论证明了修正误差的有界性, 虽然仿真结果表明该方法在处理执行器饱和问题上具有一定的可行性, 但无法从理论上保证跟踪误差的有界。文献[11]进一

收稿日期: 2017-10-16; 退修日期: 2017-11-10; 录用日期: 2017-12-20; 网络出版时间: 2017-12-29 11:46

网络出版地址: <http://hkxb.buaa.edu.cn/CN/html/20180418.html>

基金项目: 国家自然科学基金(61703421); 航空科学基金(20150096006)

* 通信作者。E-mail: 1710794652@qq.com

步将文献[10]的方法拓展到控制输入与状态(飞行姿态)都受限的AHV飞行控制中,但在工程实际中,AHV并没有相应的执行机构对飞行姿态进行限制。文献[12]采用多层神经网络逼近控制律的饱和特性,有效地处理了控制输入饱和和受限的约束,但是神经网络权值调节参数对模型依赖性强,选取困难。针对AHV弹性体模型的控制输入受限问题,文献[13]引入文献[14]所提出的辅助系统对理想控制律进行了补偿,虽然仿真结果证明了在执行机构饱和时控制方法依然有效,但辅助系统过于复杂。文献[15]提出了一种新型补偿策略,通过设计一种新型辅助系统对理想控制律进行了有界补偿,不仅保证了闭环控制系统的稳定性,而且在理论上确保了跟踪误差的有界性,较文献[16]的补偿策略具有一定的优势,但其对执行机构的速率受限问题未作讨论。基于文献[15]的补偿思想,文献[17]将AHV的高度子系统转化成标准的纯反馈形式,通过设计一种新型高阶辅助系统对理想控制律进行了补偿,保证了所有闭环信号的有界性,仿真结果表明该方法具有一定的可行性与有效性。

上述文献的研究更多地集中在幅值饱和问题上,而未对速率饱和采取任何应对措施,这极有可能导致控制方法在输入幅值和速率均受限的情况下失效。

本文将研究控制输入受限情况下高超声速飞行器弹性体模型的鲁棒反演控制问题。基于辅助误差补偿策略设计反演控制器,保证了执行机构在幅值和速率同时达到饱和时闭环控制系统的稳定性和跟踪误差的有界性。通过引入有限时间收敛微分器(FD),解决了传统反演控制的“微分项膨胀”问题,并在此基础上,设计了一种非线性干扰观测器(NDO),用以精确估计模型的不确定项,进一步提高了控制精度。最后,通过仿真对所设计控制方法的有效性进行了验证。

1 高超声速飞行器运动学模型

美国空军研究实验室的一位学者 Parker^[18]在 Bolender 与 Doman^[19]的研究基础上,建立了AHV纵向运动参数拟合模型:

$$\dot{V} = \frac{T \cos(\theta - \gamma) - D}{m} - g \sin \gamma \quad (1)$$

$$\dot{h} = V \sin \gamma \quad (2)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{L + T \sin(\theta - \gamma)}{mV} - \frac{g}{V} \cos \gamma \quad (3)$$

$$\dot{\theta} = Q \quad (4)$$

$$\dot{Q} = \frac{M + \tilde{\psi}_1 \ddot{\eta}_1 + \tilde{\psi}_2 \ddot{\eta}_2}{I_{yy}} \quad (5)$$

$$k_1 \ddot{\eta}_1 = -2\zeta_1 \omega_1 \dot{\eta}_1 - \omega_1^2 \eta_1 + N_1 - \tilde{\psi}_1 \frac{M}{I_{yy}} - \frac{\tilde{\psi}_1 \tilde{\psi}_2 \ddot{\eta}_2}{I_{yy}} \quad (6)$$

$$k_2 \ddot{\eta}_2 = -2\zeta_2 \omega_2 \dot{\eta}_2 - \omega_2^2 \eta_2 + N_2 - \tilde{\psi}_2 \frac{M}{I_{yy}} - \frac{\tilde{\psi}_2 \tilde{\psi}_1 \ddot{\eta}_1}{I_{yy}} \quad (7)$$

式中:

$$\begin{cases} k_1 = 1 + \frac{\tilde{\psi}_1}{I_{yy}}, k_2 = 1 + \frac{\tilde{\psi}_2}{I_{yy}} \\ \tilde{\psi}_1 = \int_{-L_f}^0 \tilde{m}_f \xi \phi_f(\xi) d\xi \\ \tilde{\psi}_2 = \int_0^{L_a} \tilde{m}_a \xi \phi_a(\xi) d\xi \end{cases} \quad (8)$$

L_f, L_a 为 AHV 前梁和后梁长度; \tilde{m}_f, \tilde{m}_a 分别为 AHV 前部和后部的质量分配; $\phi_f(\cdot)$ 与 $\phi_a(\cdot)$ 为振型函数^[19]; T, D, L 和 M 分别为 AHV 所受的推力、阻力、升力和俯仰力矩; m, I_{yy} 为 AHV 的质量和转动惯量; 速度 V 、飞行高度 h 、航迹角 γ 、俯仰角 θ 和俯仰角速度 Q 为 AHV 的刚体状态; η_1 和 η_2 为 AHV 的弹性状态; ζ_1 和 ζ_2 为弹性状态的阻尼; ω_1 和 ω_2 为弹性状态的振动频率; N_1 和 N_2 为广义弹性力; g 为重力加速度。

AHV 受力情况如图 1 所示(G 为所受重力), T, D, L, M, N_1 与 N_2 的参数拟合形式可表示为^[18]

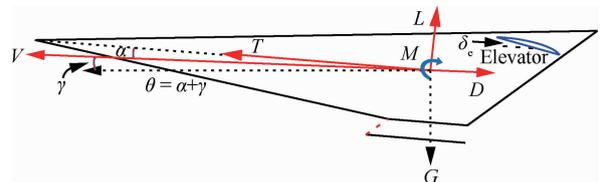


图1 AHV模型受力示意图
Fig.1 Force map of a AHV model

$$\begin{cases}
 T \approx C_T^3 \alpha^3 + C_T^2 \alpha^2 + C_T \alpha + C_T^0 \\
 D \approx \bar{q}S (C_D^2 \alpha^2 + C_D \alpha + C_D^{\delta_e^2} \delta_e^2 + C_D^{\delta_e} \delta_e + C_D^0) \\
 L \approx \bar{q}S (C_L \alpha + C_L^{\delta_e} \delta_e + C_L^0) \\
 M \approx z_T T + \bar{q}S \bar{c} (C_{M,\alpha}^2 \alpha^2 + C_{M,\alpha} \alpha + C_{M,\alpha}^0 + c_e \delta_e) \\
 N_1 \approx N_1^2 \alpha^2 + N_1^1 \alpha + N_1^0 \\
 N_2 \approx N_2^2 \alpha^2 + N_2^1 \alpha + N_2^{\delta_e} \delta_e + N_2^0 \\
 C_T^3 = \beta_1(h, \bar{q}) \Phi + \beta_2(h, \bar{q}) \\
 C_T^2 = \beta_3(h, \bar{q}) \Phi + \beta_4(h, \bar{q}) \\
 C_T = \beta_5(h, \bar{q}) \Phi + \beta_6(h, \bar{q}) \\
 C_T^0 = \beta_7(h, \bar{q}) \Phi + \beta_8(h, \bar{q}) \\
 \bar{q} = \frac{1}{2} \rho V^2 \\
 \bar{\rho} = \bar{\rho}_0 \exp\left(\frac{h_0 - h}{h_s}\right)
 \end{cases} \quad (9)$$

式中:燃料-空气比 Φ 和升降舵偏角 δ_e 为控制输入; α 为飞行器攻角; \bar{q} 为 AHV 所受动压; $\bar{\rho}$ 为高度 h 处的空气密度; \bar{c} 、 S 分别为 AHV 平均气动弦长和参考面积。 z_T 为推力与力矩的耦合系数; c_e 为舵偏系数; h_0 、 $\bar{\rho}_0$ 分别为标称高度以及标称高度下的空气密度; $1/h_s$ 为空气密度衰退速率; $C_T^i (i = 1, 2, 3)$ 为 T 对 α 的第 i 阶气动偏导数; $C_D^i (i = 1, 2; * = \alpha, \delta_e)$ 为 D 对 $*$ 的第 i 阶气动偏导数; $C_L^i (* = \alpha, \delta_e)$ 为 L 对 $*$ 的气动偏导数; $C_*^i (* = T, D, L)$ 为 $*$ 的气动常系数; $C_{M,\alpha}^i (i = 0, 1, 2)$ 为 M 对 α 的第 i 阶气动偏导数; $N_j^i (i = 0, 1, 2; j = 1, 2)$ 为 α 对第 j 个广义弹性力的第 i 阶贡献; $N_2^{\delta_e}$ 为 δ_e 对第二个广义弹性力的贡献; $\beta_i(h, \bar{q}) (i = 1, 2, \dots, 8)$ 为第 i 个推力拟合系数; 上述模型的具体几何参数和气动参数数值见文献[18]。

2 控制目标和模型转换

AHV 的控制目标是:通过不断调整控制输入 Φ 和 δ_e , 实现飞行器的速度 V 和飞行高度 h 对其参考输入 V_{ref} 和 h_{ref} 的鲁棒跟踪, 并保持飞行器姿态的稳定和抑制弹性振动。由式(1)~式(5)可以看出, 由于 Φ 直接影响推力, 所以速度的变化主要受燃料-空气比 Φ 控制。高度变化则主要由舵偏角 δ_e 控制, 这是因为 δ_e 直接影响俯仰角速度

Q , 进而影响俯仰角 θ 与航迹角 γ 的变化, 最后控制高度 h 的变化^[15,17]。因此, 为了便于控制律的设计, 通常情况下, 在形式上先将 AHV 模型分解成速度子系统(式(1))和高度子系统(式(2)~式(5)), 然后分别对其进行控制律的设计^[20-23]。

对于速度子系统, 控制目标是设计控制律 Φ , 实现速度 V 对其参考输入 V_{ref} 的稳定跟踪。将速度子系统改写为

$$\dot{V} = f_v + g_v \Phi + d_v \quad (10)$$

式中:

$$\begin{cases}
 f_v = \frac{\cos \alpha}{m} [\beta_2(h, \bar{q}) \alpha^3 + \beta_4(h, \bar{q}) \alpha^2 + \beta_6(h, \bar{q}) \alpha + \beta_8(h, \bar{q})] - \frac{\bar{q}S}{m} (C_D^2 \alpha^2 + C_D \alpha + C_D^0) - g \sin \gamma \\
 g_v = \frac{\cos \alpha}{m} [\beta_1(h, \bar{q}) \alpha^3 + \beta_3(h, \bar{q}) \alpha^2 + \beta_5(h, \bar{q}) \alpha + \beta_7(h, \bar{q})] \neq 0 \\
 d_v = -\frac{\bar{q}S}{m} [(C_D^{\delta_e^2} + \Delta C_D^{\delta_e^2}) \delta_e^2 + (C_D^{\delta_e} + \Delta C_D^{\delta_e}) \delta_e] + \Delta f_v + \Delta g_v + d_{v0}
 \end{cases}$$

其中: d_{v0} 为外部扰动; Δf_v 、 Δg_v 分别为气动参数摄动量; d_v 为总不确定项。

对于高度子系统, 控制目标是:采用反演控制策略, 设计一系列虚拟控制律和最终的实际控制律 δ_e , 使得 h 稳定跟踪 h_{ref} 。

将高度跟踪误差定义为

$$\bar{h} = h - h_{ref} \quad (11)$$

对式(11)求一阶导数并将式(2)代入可得

$$\dot{\bar{h}} = V \sin \gamma - \dot{h}_{ref} \quad (12)$$

由式(12)可知, 将航迹角指令设计为

$$\gamma_{cmd} = \arcsin \left[\frac{-k_{h1} \bar{h} - k_{h2} \int_0^t \bar{h} d\tau + \dot{h}_{ref}}{V} \right] \quad (13)$$

式中: k_{h1} 、 $k_{h2} \in \mathbf{R}^+$ 为待设计参数。若航迹角 γ 趋近 γ_{cmd} , 由式(12)和式(13)可知, 高度跟踪误差 \bar{h} 的动态响应为

$$\ddot{\bar{h}} + k_{h1} \dot{\bar{h}} + k_{h2} \bar{h} = 0 \quad (14)$$

对式(14)两侧进行拉氏变换, 可得其特征方程为

$$s^2 + k_{h1} s + k_{h2} = 0 \quad (15)$$

式(15)的两个特征根 $(-k_{h1} - \sqrt{k_{h1}^2 - 4k_{h2}})/2$

与 $(-k_{h1} + \sqrt{k_{h1}^2 - 4k_{h2}})/2$ 均为负实数,故系统(14)稳定, \bar{h} 指数收敛^[24]。

因此,只要保证航迹角 γ 趋于 γ_{cmd} , 就能实现 h 对 h_{ref} 的稳定跟踪。这样,高度子系统的控制任务就变为确保航迹角 γ 稳定跟踪 γ_{cmd} 。为了反演控制律设计上的方便,将高度子系统的其他部分(式(3)~式(5))改写为

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = f_\gamma + g_\gamma \theta + d_\gamma \\ \dot{\theta} = Q \\ \dot{Q} = f_Q + g_Q \delta_e + d_Q \end{cases} \quad (16)$$

式中:

$$\begin{cases} g_\gamma = \frac{\bar{q} S C_L^\alpha}{mV} \neq 0 \\ g_Q = \frac{\bar{q} S \bar{c} c_e}{I_{yy}} \neq 0 \\ f_\gamma = \frac{\bar{q} S (C_L^0 - C_L^\alpha \gamma) + T \sin \alpha}{mV} - g \cos \gamma \\ f_Q = \frac{z_T T + \bar{q} S \bar{c} C_{M,\alpha}(\alpha)}{I_{yy}} \\ d_\gamma = \frac{\bar{q} S (C_L^{\delta_e} + \Delta C_L^{\delta_e}) \delta_e}{mV} + \Delta g_\gamma + \Delta f_\gamma + d_{\gamma 0} \\ d_Q = \frac{\tilde{\psi}_1 \ddot{\eta}_1 + \tilde{\psi}_2 \ddot{\eta}_2}{I_{yy}} + \Delta g_Q + \Delta f_Q + d_{Q0} \end{cases}$$

其中: $d_{\gamma 0}$ 和 d_{Q0} 为外部扰动; $\Delta g_\gamma, \Delta f_\gamma, \Delta g_Q$ 和 Δf_Q 为气动参数摄动量; d_γ 与 d_Q 为总不确定项。

注 1 由于弹性状态不能被直接测量,并且缺少相应的执行机构对其进行主动抑制,参考文献[13,15]的做法,在式(16)中,把弹性状态视为总不确定项 d_γ 和 d_Q 的一部分。

3 控制器设计

3.1 速度控制器设计

将速度跟踪误差定义为

$$\tilde{V} = V - V_{ref} \quad (17)$$

对式(17)两侧求一阶导数并将式(10)代入可得

$$\dot{\tilde{V}} = \dot{V} - \dot{V}_{ref} = f_V + g_V \Phi + d_V - \dot{V}_{ref} \quad (18)$$

将控制律 Φ 设计为

$$\Phi = g_V^{-1} \left(-k_{V1} \tilde{V} - k_{V2} \int_0^t \tilde{V} d\tau - f_V - \hat{d}_V + \dot{V}_{ref} \right) \quad (19)$$

式中: $k_{V1}, k_{V2} \in \mathbf{R}^+$ 为待设计参数; \hat{d}_V 为总不确定项 d_V 的估计值。

考虑到实际情况中, AHV 的执行机构 Φ 的可执行范围存在一定限度,将其定义为

$$\Phi = \begin{cases} \Phi_{max} & \Phi_c > \Phi_{max} \\ \Phi_c & \Phi_{min} \leq \Phi_c \leq \Phi_{max} \\ \Phi_{min} & \Phi_c < \Phi_{min} \end{cases} \quad (20)$$

式中: Φ_c 为输入受限情况下的理想控制律; Φ_{min}, Φ_{max} 分别为 Φ 的下界与上界。

为保证飞行器执行机构 Φ 在瞬时饱和的情况下仍能实现对参考输入的跟踪,设计如下辅助系统对控制律 Φ (式(19))进行修正。

$$\dot{\chi}_V = -\frac{\kappa_V \chi_V}{|\chi_V| + \delta_V} + g_V (\Phi - \Phi_c) \quad (21)$$

式中: $\kappa_V, \delta_V \in \mathbf{R}^+$ 为待设计参数; $\chi_V \in \mathbf{R}$ 为辅助系统的状态变量。

将速度跟踪误差(式(17))修正为

$$Z_V = \tilde{V} - \chi_V \quad (22)$$

对式(22)求时间的一阶导数并将式(18)与式(21)代入可得

$$\begin{aligned} \dot{Z}_V &= \dot{\tilde{V}} - \dot{\chi}_V = \\ &g_V \Phi_c + f_V + d_V - \dot{V}_{ref} + \frac{\kappa_V \chi_V}{|\chi_V| + \delta_V} \end{aligned} \quad (23)$$

将理想控制律 Φ_c 修正为

$$\begin{aligned} \Phi_c &= g_V^{-1} \left(-k_{V1} Z_V - k_{V2} \int_0^t Z_V d\tau - \right. \\ &\left. f_V - \hat{d}_V + \dot{V}_{ref} - \frac{\kappa_V \chi_V}{|\chi_V| + \delta_V} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

注 2 对于 d_V 的估计值 \hat{d}_V , 本文采用非线性干扰观测器^[25]得到。

3.2 高度控制器设计

步骤 1 将航迹角跟踪误差定义为

$$\tilde{\gamma} = \gamma - \gamma_d \quad (25)$$

对式(25)求一阶导数并将式(16)代入可得

$$\dot{\tilde{\gamma}} = \dot{\gamma} - \dot{\gamma}_d = f_\gamma + g_\gamma \theta + d_\gamma - \dot{\gamma}_d \quad (26)$$

将虚拟控制指令 θ_{cmd} 设计成

$$\theta_{cmd} = g_\gamma^{-1} \left(-k_{\gamma 1} \tilde{\gamma} - k_{\gamma 2} \int_0^t \tilde{\gamma} d\tau - f_\gamma - \hat{d}_\gamma + \dot{\gamma}_d \right) \quad (27)$$

式中: $k_{\gamma 1}, k_{\gamma 2} \in \mathbf{R}^+$ 为待设计参数; \hat{d}_γ 为 d_γ 的估计值; γ_d 为 γ_{cmd} 的估计值。

步骤 2 将俯仰角跟踪误差定义为

$$\tilde{\theta} = \theta - \theta_d \quad (28)$$

对式(28)求时间的一阶导数并将式(16)代入可得

$$\dot{\bar{\theta}} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d = Q - \dot{\theta}_d \quad (29)$$

将虚拟控制指令 Q_{cmd} 设计为

$$Q_{\text{cmd}} = -k_{\theta 1} \bar{\theta} - k_{\theta 2} \int_0^t \bar{\theta} d\tau - g_\gamma \bar{\gamma} + \dot{\theta}_d \quad (30)$$

式中: $k_{\theta 1}, k_{\theta 2} \in \mathbf{R}^+$ 为待设计参数; θ_d 为 θ_{cmd} 的估计值。

步骤 3 将俯仰角速度跟踪误差定义为

$$\tilde{Q} = Q - Q_d \quad (31)$$

对式(31)求时间的一阶导数并将式(16)代入可得

$$\dot{\tilde{Q}} = \dot{Q} - \dot{Q}_d = f_Q + g_Q \delta_e + d_Q - \dot{Q}_d \quad (32)$$

将实际控制律 δ_e 设计为

$$\delta_e = g_Q^{-1} \left(-k_{Q1} \tilde{Q} - k_{Q2} \int_0^t \tilde{Q} d\tau - f_Q - \dot{d}_Q - \tilde{\theta} + \dot{Q}_d \right) \quad (33)$$

式中: $k_{Q1}, k_{Q2} \in \mathbf{R}^+$ 为待设计参数; \dot{d}_Q 为 d_Q 的估计值; Q_d 为 Q_{cmd} 的估计值。

由于在实际情况下,执行机构 δ_e 的幅值和速率均受到一定程度的限制,分别将其定义为

$$\delta_e = \begin{cases} \delta_{\text{emax}} & \delta_{\text{ec}} > \delta_{\text{emax}} \\ \delta_{\text{ec}} & \delta_{\text{emin}} \leq \delta_{\text{ec}} \leq \delta_{\text{emax}} \\ \delta_{\text{emin}} & \delta_{\text{ec}} < \delta_{\text{emin}} \end{cases} \quad (34)$$

$$\omega_e = \begin{cases} \omega_{\text{emax}} & \omega_{\text{ec}} > \omega_{\text{emax}} \\ \omega_{\text{ec}} & \omega_{\text{emin}} \leq \omega_{\text{ec}} \leq \omega_{\text{emax}} \\ \omega_{\text{emin}} & \omega_{\text{ec}} < \omega_{\text{emin}} \end{cases} \quad (35)$$

式中: $\omega_e = \dot{\delta}_e$ 为舵偏角速率; $\delta_{\text{ec}}, \omega_{\text{ec}}$ 为输入受限情况下的理想控制律; $\delta_{\text{emin}}, \delta_{\text{emax}}$ 分别为 δ_e 的下界与上界; $\omega_{\text{emin}}, \omega_{\text{emax}}$ 分别为 ω_e 的下界与上界。

考虑 δ_e 幅值受限,采用如下辅助系统对控制律 δ_e (式(33))进行修正。

$$\dot{\chi}_Q = \frac{\kappa_Q \chi_Q}{|\chi_Q| + \delta_Q} + g_Q (\delta_e - \delta_{\text{ec}}) \quad (36)$$

式中: $\kappa_Q, \delta_Q \in \mathbf{R}^+$ 为待设计参数; $\chi_Q \in \mathbf{R}$ 为辅助系统的状态变量。

将虚拟控制律(式(30))修正为

$$Q_{\text{cmd}} = -k_{\theta 1} \bar{\theta} - k_{\theta 2} \int_0^t \bar{\theta} d\tau - g_\gamma \bar{\gamma} + \dot{\theta}_d - \chi_Q \quad (37)$$

将俯仰角速度跟踪误差(式(31))修正为

$$Z_Q = \tilde{Q} - \chi_Q \quad (38)$$

对式(38)求时间的一阶导数并将式(32)与式(36)代入得

$$\begin{aligned} \dot{Z}_Q &= \dot{\tilde{Q}} - \dot{\chi}_Q = f_Q + g_Q \delta_{\text{ec}} + d_Q - \dot{Q}_d - \\ &\left[-\frac{\kappa_Q \chi_Q}{|\chi_Q| + \delta_Q} + g_Q (\delta_e - \delta_{\text{ec}}) \right] = \\ &f_Q + g_Q \delta_{\text{ec}} + d_Q - \dot{Q}_d + \frac{\kappa_Q \chi_Q}{|\chi_Q| + \delta_Q} \end{aligned} \quad (39)$$

将理想控制律 δ_{ec} 设计成

$$\delta_{\text{ec}} = g_Q^{-1} \left(-k_{Q1} Z_Q - k_{Q2} \int_0^t Z_Q d\tau - f_Q - \dot{d}_Q - \tilde{\theta} + \dot{Q}_d - \frac{\kappa_Q \chi_Q}{|\chi_Q| + \delta_Q} \right) \quad (40)$$

考虑 δ_e 速率受限,采用如下辅助系统对控制律 δ_{ec} 进行重设计。

$$\dot{\chi}_\delta = -\frac{\kappa_\delta \chi_\delta}{|\chi_\delta| + \delta_\delta} + (\omega_e - \omega_{\text{ec}}) \quad (41)$$

式中: $\kappa_\delta, \delta_\delta \in \mathbf{R}^+$ 为待设计参数; $\chi_\delta \in \mathbf{R}$ 为辅助系统的状态变量。

定义舵偏角 δ_e 跟踪误差为

$$Z_\delta = \tilde{\delta}_e - \chi_\delta = \delta_e - \delta_d - \chi_\delta \quad (42)$$

对式(42)求时间的一阶导数可得

$$\begin{aligned} \dot{Z}_\delta &= \omega_e - \dot{\delta}_d - \dot{\omega}_\delta + \omega_{\text{ec}} + \frac{\kappa_\delta \chi_\delta}{|\chi_\delta| + \delta_\delta} = \\ &\omega_{\text{ec}} - \dot{\delta}_d + \frac{\kappa_\delta \chi_\delta}{|\chi_\delta| + \delta_\delta} \end{aligned} \quad (43)$$

将控制律 ω_{ec} 设计为

$$\omega_{\text{ec}} = -k_{\delta 1} Z_\delta - k_{\delta 2} \int_0^t Z_\delta d\tau + \dot{\delta}_d - \frac{\kappa_\delta \chi_\delta}{|\chi_\delta| + \delta_\delta} \quad (44)$$

式中: $k_{\delta 1}, k_{\delta 2} \in \mathbf{R}^+$ 为待设计参数; δ_d 为 δ_{ec} 的估计值。

而 ω_e 由 ω_{ec} 经过如式(35)所示的约束得到,最终,将控制律 δ_{ec} 修正为

$$\delta_{\text{ec}} = \int_0^t \omega_e d\tau \quad (45)$$

注 3 考虑到 $\gamma_{\text{cmd}}, \theta_{\text{cmd}}, Q_{\text{cmd}}, \delta_{\text{ec}}$ 求导复杂,直接对其求导十分困难,为避免“微分项膨胀”问题,本文采用有限时间收敛微分器对其一阶导数进行精确估计。而对于 d_γ, d_Q 的估计值 \dot{d}_γ 和 \dot{d}_Q , 本文采用非线性干扰观测器进行估计。

3.3 有限时间收敛微分器设计

定理 1 对于如下 FD

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1 = \zeta_2 \\ \dot{\zeta}_2 = \zeta_3 \\ \vdots \\ \dot{\zeta}_{n-1} = \zeta_n \\ \dot{\zeta}_n = R^n \left[-a_1 \arctan(\zeta_1 - v(t)) - \right. \\ \left. a_2 \arctan\left(\frac{\zeta_2}{R}\right) - \cdots - a_n \arctan\left(\frac{\zeta_n}{R^{n-1}}\right) \right] \end{cases} \quad (46)$$

式中: $R, a_i (i = 1, 2, \dots, n) \in \mathbf{R}^+$ 为待设计参数。则存在 $\phi > 0$ 与 $\tau\phi > n$ 使得

$$\zeta_i - v^{(i-1)}(t) = O\left(\left(\frac{1}{R}\right)^{\tau\phi-i+1}\right) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (47)$$

式中: $O((1/R)^{\tau\phi-i+1})$ 表示 ζ_i 与 $v^{(i-1)}(t)$ 的近似程度是 $(1/R)^{\tau\phi-i+1}$ 阶的, $\phi = (1 - \vartheta)/\vartheta, \vartheta \in (0, \min\{\tau/(\tau + n), 1/2\}) (n \geq 2)$ 。

证明: 见文献[26], 证毕。

注 4 在式(46)中, $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n$ 为系统状态变量, ζ_1 为 $v(t)$ 的估计值, $\zeta_i (i = 2, 3, \dots, n)$ 为 $v(t)$ 的第 $i-1$ 阶导数的估计值。式(47)进一步表明, 估计误差为 $(1/R)^{\tau\phi-i+1}$ 的高阶无穷小。因此通过选取足够大的设计参数 R , 可以使估计误差任意小。

采用上述 FD 分别对 $\gamma_{\text{cmd}}, \theta_{\text{cmd}}, Q_{\text{cmd}}, \delta_{\text{ec}}$ 的一阶导数进行估计。

$$\begin{cases} \dot{\gamma}_d = \zeta_\gamma \\ \dot{\zeta}_\gamma = \\ R_1^2 \left[-a_{11} \arctan(\gamma_d - \gamma_{\text{cmd}}) - a_{12} \arctan\left(\frac{\zeta_\gamma}{R_1}\right) \right] \end{cases} \quad (48)$$

$$\begin{cases} \dot{\theta}_d = \zeta_\theta \\ \dot{\zeta}_\theta = \\ R_2^2 \left[-a_{21} \arctan(\theta_d - \theta_{\text{cmd}}) - a_{22} \arctan\left(\frac{\zeta_\theta}{R_2}\right) \right] \end{cases} \quad (49)$$

$$\begin{cases} \dot{Q}_d = \zeta_Q \\ \dot{\zeta}_Q = \\ R_3^2 \left[-a_{31} \arctan(Q_d - Q_{\text{cmd}}) - a_{32} \arctan\left(\frac{\zeta_Q}{R_3}\right) \right] \end{cases} \quad (50)$$

$$\begin{cases} \dot{\delta}_d = \zeta_\delta \\ \dot{\zeta}_\delta = \\ R_4^2 \left[-a_{41} \arctan(\delta_d - \delta_{\text{ec}}) - a_{42} \arctan\left(\frac{\zeta_\delta}{R_4}\right) \right] \end{cases} \quad (51)$$

式中: $R_1, R_2, R_3, R_4, a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, a_{31}, a_{32}, a_{41}$ 和 $a_{42} \in \mathbf{R}^+$ 为待设计参数; γ_d, θ_d, Q_d 和 δ_d 分别为 $\gamma_{\text{cmd}}, \theta_{\text{cmd}}, Q_{\text{cmd}}$ 和 δ_{ec} 的估计值; $\zeta_\gamma, \zeta_\theta, \zeta_Q$ 和 ζ_δ 分别为 $\gamma_{\text{cmd}}, \theta_{\text{cmd}}, Q_{\text{cmd}}$ 和 δ_{ec} 一阶导数的估计值。

3.4 非线性干扰观测器设计

考虑如下不确定系统

$$\dot{v} = F(v) + G(v)u + d \quad (52)$$

式中: $v \in \mathbf{R}$ 为系统状态变量; $F(v)$ 与 $G(v) \neq 0$ 为连续函数; $u \in \mathbf{R}$ 为控制输入; $d \in \mathbf{R}$ 为不确定项。

基于上述 FD(取 $n=2$), 将 NDO 设计成如下形式。

定理 2 对于如下 NDO:

$$\begin{cases} \dot{\hat{v}} = F(v) + G(v)u + \hat{d} \\ \dot{\hat{d}} = R^2 \left[-a_1 \arctan(\hat{v} - v) - a_2 \arctan\left(\frac{\hat{d}}{R}\right) \right] \end{cases} \quad (53)$$

式中: \hat{v} 为 v 的估计值; \hat{d} 为 d 的估计值。若 $R \rightarrow +\infty$, 则有

$$\begin{cases} \hat{v} - v = O\left(\left(\frac{1}{R}\right)^{\tau\phi}\right) \\ \hat{d} - d = O\left(\left(\frac{1}{R}\right)^{\tau\phi-1}\right) \end{cases} \quad (54)$$

证明: 见文献[25], 证毕。

采用上述 NDO 分别对 d_v, d_γ, d_Q 进行估计。

$$\begin{cases} \dot{\hat{V}} = f_v + g_v\Phi + \hat{d}_v \\ \dot{\hat{d}}_v = \\ R_v^2 \left[-a_{v1} \arctan(\hat{V} - V) - a_{v2} \arctan\left(\frac{\hat{d}_v}{R_v}\right) \right] \end{cases} \quad (55)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\gamma}} = f_\gamma + g_\gamma\theta + \hat{d}_\gamma \\ \dot{\hat{d}}_\gamma = R_\gamma^2 \left[-a_{\gamma1} \arctan(\hat{\gamma} - \gamma) - a_{\gamma2} \arctan\left(\frac{\hat{d}_\gamma}{R_\gamma}\right) \right] \end{cases} \quad (56)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{Q}} = f_Q + g_Q\delta_e + \hat{d}_Q \\ \dot{\hat{d}}_Q = R_Q^2 \left[-a_{Q1} \arctan(\hat{Q} - Q) - a_{Q2} \arctan\left(\frac{\hat{d}_Q}{R_Q}\right) \right] \end{cases} \quad (57)$$

式中: $R_v, R_\gamma, R_Q, a_{v1}, a_{v2}, a_{\gamma1}, a_{\gamma2}, a_{Q1}$ 和 $a_{Q2} \in \mathbf{R}^+$ 为待设计参数; $\hat{V}, \hat{\gamma}, \hat{Q}, \hat{d}_v, \hat{d}_\gamma$ 和 \hat{d}_Q 分别为 $V, \gamma, Q, d_v, d_\gamma$ 和 d_Q 的估计值。

3.5 稳定性分析

定理 3 针对 AHV 的速度子系统(式(1)), 采用控制律 Φ_c (式(24))、NDO(式(55))和辅助系统(式(36)), 则闭环系统局部一致渐进稳定。

证明: 定义 NDO 估计误差为

$$\tilde{d}_V = \hat{d}_V - d_V \quad (58)$$

由定理 2 可知, 如果选取合适的参数 R_V, a_{V1} 和 a_{V2} , 则存在有界常数 $\bar{d}_V \in \mathbf{R}^+$ 使得 $|\tilde{d}_V| \leq \bar{d}_V$ 。

将式(24)代入式(23)可得

$$\begin{aligned} \dot{Z}_V &= g_V \left[g_V^{-1} \left(-k_{V1} Z_V - k_{V2} \int_0^t Z_V d\tau - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. f_V - \hat{d}_V + \dot{V}_{ref} - \frac{\kappa_V \chi_V}{|\chi_V| + \delta_V} \right) \right] + \\ &\quad f_V + d_V - \dot{V}_{ref} + \frac{\kappa_V \chi_V}{|\chi_V| + \delta_V} = \\ &\quad -k_{V1} Z_V - k_{V2} \int_0^t Z_V d\tau - \tilde{d}_V \end{aligned} \quad (59)$$

选取如下 Lyapunov 函数:

$$W_{V1} = \frac{Z_V^2}{2} + \frac{k_{V2}}{2} \left(\int_0^t Z_V d\tau \right)^2 \quad (60)$$

对式(60)求时间的一阶导数并将式(59)代入可得

$$\begin{aligned} \dot{W}_{V1} &= Z_V \dot{Z}_V + k_{V2} Z_V \int_0^t Z_V d\tau = \\ &\quad Z_V \left(-k_{V1} Z_V - k_{V2} \int_0^t Z_V d\tau - \tilde{d}_V \right) + \\ &\quad k_{V2} Z_V \int_0^t Z_V d\tau = -k_{V1} Z_V^2 - Z_V \tilde{d}_V \end{aligned} \quad (61)$$

因为 $-Z_V \tilde{d}_V \leq Z_V^2/2 + \bar{d}_V^2/2$, 式(61)变为

$$\dot{W}_{V1} \leq - \left(k_{V1} - \frac{1}{2} \right) Z_V^2 + \frac{\bar{d}_V^2}{2} \quad (62)$$

令 $k_{V1} > 1/2$, 并定义如下紧集:

$$\Omega_{Z_V} = \left\{ Z_V \mid |Z_V| \leq \sqrt{\left(\frac{\bar{d}_V^2}{2} \right) / \left(k_{V1} - \frac{1}{2} \right)} \right\} \quad (63)$$

若 $Z_V \notin \Omega_{Z_V}$, 则 $\dot{W}_{V1} < 0$, 故闭环控制系统局部一致渐近稳定。修正误差 Z_V 半全局一致最终有界, 且最终收敛到紧集 Ω_{Z_V} 内。若选取足够大的 k_{V1} , Ω_{Z_V} 与 Z_V 均可任意小。证毕。

定理 4 针对 AHV 的高度子系统(式(2)~式(5)), 采用控制律(式(27)、式(30)、式(40)、式(44)), FD(式(48)~式(51))和 NDO(式(56)、式(57)), 则闭环控制系统局部一致渐进稳定。

证明: 定义 NDO 估计误差为

$$\begin{cases} \tilde{d}_\gamma = \hat{d}_\gamma - d_\gamma \\ y_\gamma = \hat{\gamma} - \gamma \\ \tilde{d}_Q = \hat{d}_Q - d_Q \\ y_Q = \hat{Q} - Q \end{cases} \quad (64)$$

由定理 2 易知, 选取合适的设计参数 $R_\gamma, a_{\gamma1}, a_{\gamma2}, R_Q, a_{Q1}$ 与 a_{Q2} , 必存在有界常数 $\bar{d}_\gamma, \bar{y}_\gamma, \bar{d}_Q$ 和 $\bar{y}_Q \in \mathbf{R}^+$ 使得 $|\tilde{d}_\gamma| \leq \bar{d}_\gamma, |y_\gamma| \leq \bar{y}_\gamma, |\tilde{d}_Q| \leq \bar{d}_Q$ 和 $|y_Q| \leq \bar{y}_Q$ 。

定义 FD 估计误差为

$$\begin{cases} y_1 = \theta_d - \theta_{cmd} \\ y_2 = Q_d - Q_{cmd} \\ y_3 = \delta_d - \delta_{ec} \end{cases} \quad (65)$$

由定理 1 易知, 通过选择适当的设计参数, 必存在有界常数 $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3 \in \mathbf{R}^+$ 使得 $|y_1| \leq \bar{y}_1, |y_2| \leq \bar{y}_2, |y_3| \leq \bar{y}_3$ 。

将式(31)、式(37)和式(65)代入式(29)可得

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= Q - Q_d + Q_d - \bar{Q} + \bar{Q} - \dot{\theta}_d = \\ &\quad \bar{Q} + y_2 + \bar{Q} - \dot{\theta}_d = \\ &\quad -k_{\theta1} \bar{\theta} - k_{\theta2} \int_0^t \bar{\theta} d\tau + Z_Q + y_2 - g_\gamma \bar{\gamma} \end{aligned} \quad (66)$$

将式(40)、式(64)代入式(39)可得

$$\begin{aligned} \dot{Z}_Q &= f_Q + d_Q - \dot{Q}_d + \frac{\kappa_Q \chi_Q}{|\chi_Q| + \delta_Q} + \\ &\quad g_Q \left[g_Q^{-1} \left(-k_{Q1} Z_Q - k_{Q2} \int_0^t Z_Q d\tau - f_Q - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \hat{d}_Q - \bar{\theta} + \dot{Q}_d - \frac{\kappa_Q \chi_Q}{|\chi_Q| + \delta_Q} \right) \right] = \\ &\quad -k_{Q1} Z_Q - k_{Q2} \int_0^t Z_Q d\tau - \tilde{d}_Q - \bar{\theta} \end{aligned} \quad (67)$$

将式(44)代入式(43)可得

$$\begin{aligned} \dot{Z}_\delta &= \omega_{ec} - \dot{\delta}_d + \frac{\kappa_\delta \chi_\delta}{|\chi_\delta| + \delta_\delta} = \\ &\quad -k_{\delta1} Z_\delta - k_{\delta2} \int_0^t Z_\delta d\tau \end{aligned} \quad (68)$$

选取如下 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} W_{h1} &= \frac{\tilde{\gamma}^2}{2} + \frac{k_{\gamma2}}{2} \left(\int_0^t \tilde{\gamma} d\tau \right)^2 + \frac{\bar{\theta}^2}{2} + \frac{k_{\theta2}}{2} \left(\int_0^t \bar{\theta} d\tau \right)^2 + \\ &\quad \frac{Z_Q^2}{2} + \frac{k_{Q2}}{2} \left(\int_0^t Z_Q d\tau \right)^2 + \frac{Z_\delta^2}{2} + \frac{k_{\delta2}}{2} \left(\int_0^t Z_\delta d\tau \right)^2 \end{aligned} \quad (69)$$

对式(71)求时间的一阶导数并将式(26)、

式(29)、式(67)和式(68)代入可得

$$\begin{aligned} \dot{W}_{h1} = & \tilde{\gamma}\dot{\tilde{\gamma}} + k_{\gamma2}\tilde{\gamma}\int_0^t \tilde{\gamma}d\tau + \tilde{\theta}\dot{\tilde{\theta}} + k_{\theta2}\tilde{\theta}\int_0^t \tilde{\theta}d\tau + Z_Q\dot{Z}_Q + \\ & k_{Q2}Z_Q\int_0^t Z_Qd\tau + Z_\delta\dot{Z}_\delta + k_{\delta2}Z_\delta\int_0^t Z_\delta d\tau = \\ & \tilde{\gamma}(f_\gamma + g_\gamma(\theta - \theta_d + \theta_d - \theta_{cmd} + \theta_{cmd}) + \\ & d_\gamma - \dot{y}_d) + k_{\gamma2}\tilde{\gamma}\int_0^t \tilde{\gamma}d\tau + \\ & \tilde{\theta}(Q - Q_d + Q_d - Q_{cmd} + Q_{cmd} - \dot{\theta}_d) + \\ & k_{\theta2}\tilde{\theta}\int_0^t \tilde{\theta}d\tau + \\ & Z_Q(-k_{Q1}Z_Q - k_{Q2}\int_0^t Z_Qd\tau - \tilde{d}_Q - \tilde{\theta}) + \\ & k_{Q2}Z_Q\int_0^t Z_Qd\tau + \\ & Z_\delta(-k_{\delta1}Z_\delta - k_{\delta2}\int_0^t Z_\delta d\tau) + k_{\delta2}Z_\delta\int_0^t Z_\delta d\tau = \\ & \tilde{\gamma}(-k_{\gamma1}\tilde{\gamma} - k_{\gamma2}\int_0^t \tilde{\gamma}d\tau + g_\gamma\tilde{\theta} + g_\gamma y_{11} - \tilde{d}_\gamma) + \\ & k_{\gamma2}\tilde{\gamma}\int_0^t \tilde{\gamma}d\tau + \\ & \tilde{\theta}(-k_{\theta1}\tilde{\theta} - k_{\theta2}\int_0^t \tilde{\theta}d\tau + Z_Q + y_2 - g_\gamma\tilde{\gamma}) + \\ & k_{\theta2}\tilde{\theta}\int_0^t \tilde{\theta}d\tau + \\ & Z_Q(-k_{Q1}Z_Q - k_{Q2}\int_0^t Z_Qd\tau - \tilde{d}_Q - \tilde{\theta}) + \\ & k_{Q2}Z_Q\int_0^t Z_Qd\tau + \\ & Z_\delta(-k_{\delta1}Z_\delta - k_{\delta2}\int_0^t Z_\delta d\tau) + k_{\delta2}Z_\delta\int_0^t Z_\delta d\tau = \\ & -k_{\gamma1}\tilde{\gamma}^2 - k_{\theta1}\tilde{\theta}^2 - k_{Q1}Z_Q^2 - k_{\delta1}Z_\delta^2 + \\ & g_\gamma y_{11}\tilde{\gamma} - \tilde{d}_\gamma\tilde{\gamma} + y_2\tilde{\theta} - \tilde{d}_Q Z_Q \end{aligned} \quad (70)$$

因为

$$\begin{cases} g_\gamma y_{11}\tilde{\gamma} \leq |g_\gamma| |y_{11}\tilde{\gamma}| \leq |g_\gamma| \left(\frac{\bar{y}_1^2}{2} + \frac{\tilde{\gamma}^2}{2} \right) \\ -\tilde{d}_\gamma\tilde{\gamma} \leq |\tilde{d}_\gamma\tilde{\gamma}| \leq |\tilde{d}_\gamma| \left(\frac{1}{2} + \frac{\tilde{\gamma}^2}{2} \right) \\ y_2\tilde{\theta} \leq \frac{\bar{y}_2^2}{2} + \frac{\tilde{\theta}^2}{2} \\ -\tilde{d}_Q Z_Q \leq \frac{\bar{d}_Q^2}{2} + \frac{Z_Q^2}{2} \end{cases}$$

于是式(70)可写为

$$\begin{aligned} \dot{W}_{h1} \leq & -\left(k_{\gamma1} - \frac{|g_\gamma|}{2} - \frac{|\tilde{d}_\gamma|}{2}\right)\tilde{\gamma}^2 - \\ & \left(k_{\theta1} - \frac{1}{2}\right)\tilde{\theta}^2 - \left(k_{Q1} - \frac{1}{2}\right)Z_Q^2 - k_{\delta1}Z_\delta^2 + \\ & \frac{|g_\gamma|\bar{y}_1^2}{2} + \frac{|\tilde{d}_\gamma|}{2} + \frac{\bar{y}_2^2}{2} + \frac{\bar{d}_Q^2}{2} \end{aligned} \quad (71)$$

令 $k_{\gamma1} > |g_\gamma|/2 + |\tilde{d}_\gamma|/2, k_{\theta1} > 1/2, k_{Q1} > 1/2, k_{\delta1} > 0$, 并定义如下紧集:

$$\begin{cases} \Omega_\gamma = \left\{ \tilde{\gamma} \mid |\tilde{\gamma}| \leq \sqrt{\frac{\left(\frac{|g_\gamma|\bar{y}_1^2}{2} + \frac{|\tilde{d}_\gamma|}{2} + \frac{\bar{y}_2^2}{2} + \frac{\bar{d}_Q^2}{2}\right)}{\left(k_{\gamma1} - \frac{|g_\gamma|}{2} - \frac{|\tilde{d}_\gamma|}{2}\right)}} \right\} \\ \Omega_\theta = \left\{ \tilde{\theta} \mid |\tilde{\theta}| \leq \sqrt{\frac{\left(\frac{|g_\gamma|\bar{y}_1^2}{2} + \frac{|\tilde{d}_\gamma|}{2} + \frac{\bar{y}_2^2}{2} + \frac{\bar{d}_Q^2}{2}\right)}{\left(k_{\theta1} - \frac{1}{2}\right)}} \right\} \\ \Omega_{Z_Q} = \left\{ Z_Q \mid |Z_Q| \leq \sqrt{\frac{\left(\frac{|g_\gamma|\bar{y}_1^2}{2} + \frac{|\tilde{d}_\gamma|}{2} + \frac{\bar{y}_2^2}{2} + \frac{\bar{d}_Q^2}{2}\right)}{\left(k_{Q1} - \frac{1}{2}\right)}} \right\} \\ \Omega_{Z_\delta} = \left\{ Z_\delta \mid |Z_\delta| \leq \sqrt{\frac{\left(\frac{|g_\gamma|\bar{y}_1^2}{2} + \frac{|\tilde{d}_\gamma|}{2} + \frac{\bar{y}_2^2}{2} + \frac{\bar{d}_Q^2}{2}\right)}{k_{\delta1}}} \right\} \end{cases} \quad (72)$$

若 $\tilde{\gamma} \notin \Omega_\gamma$ 或 $\tilde{\theta} \notin \Omega_\theta$ 或 $Z_Q \notin \Omega_{Z_Q}$ 或 $Z_\delta \notin \Omega_{Z_\delta}$, 则 $\dot{W}_{h1} < 0$, 所以闭环控制系统局部一致渐进稳定。证毕。

定理3和定理4只能保证 \tilde{V} 的修正值 Z_V, \tilde{Q} 的修正值 $Z_Q, \tilde{\delta}_e$ 的修正值 Z_δ 有界。为了证明 Φ, δ_e 以及 ω_e 饱和时 $\tilde{V}, \tilde{Q}, \tilde{\delta}_e$ 依然有界, 给出定理5。

定理5 在定理3和定理4的前提下, 无论 Φ, δ_e 以及 ω_e 是否处于饱和状态, χ_V, χ_Q 与 χ_δ 均全局一致渐进稳定。

由于辅助系统式(21)、式(36)和式(41)有相似的形式, 下面以 χ_δ 的全局一致渐进稳定为例进行证明。

证明: 结合定理4易知, 理想控制律 ω_{ec} 是有界的, 又因为 $|\kappa_\delta \chi_\delta| / (|\chi_\delta| + \delta_\delta) < \kappa_\delta$ 是有界的。所以必存在有界非负常数 $\bar{\omega}_e$ 使得 $|\omega_e - \omega_{ec}| \leq \bar{\omega}_e$ 。

选取如下 Lyapunov 函数:

$$W_{\chi_\delta} = \frac{\chi_\delta^2}{2} \quad (73)$$

对式(73)求时间的一阶导数并将式(41)代入

可得

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\chi_\delta} &= \chi_\delta \dot{\chi}_\delta = -\frac{\kappa_\delta \chi_\delta^2}{|\chi_\delta| + \delta_\delta} + (\omega_e - \omega_{ec}) \chi_\delta \leq \\ &= -\frac{\kappa_\delta |\chi_\delta|^2}{|\chi_\delta| + \delta_\delta} + \bar{\omega}_e |\chi_\delta| = \\ &= -\left(\frac{\kappa_\delta |\chi_\delta|}{|\chi_\delta| + \delta_\delta} - \bar{\omega}_e\right) |\chi_\delta| \end{aligned} \quad (74)$$

若 $\kappa_\delta > \kappa_\delta |\chi_\delta| / (|\chi_\delta| + \delta_\delta) \geq \bar{\omega}_e$, 则 $\dot{W}_{\chi_\delta} \leq 0$, 当且仅当 $\chi_\delta = 0$ 时, $\dot{W}_{\chi_\delta} = 0$, 故 χ_δ 全局一致最终有界。证毕。

同理, χ_v 和 χ_Q 也全局一致渐进稳定, 定理 5 得证。

因为 $\tilde{Q} = Z_Q + \chi_Q, \tilde{\delta}_e = Z_\delta + \chi_\delta$ 。由定理 4 与定理 5 知 Z_Q 与 χ_Q, Z_δ 与 χ_δ 均有界, 故无论 δ_e 的幅值和速率是否处于饱和状态, \tilde{Q} 均有界。同理, \tilde{V} 也有界。

4 仿真验证

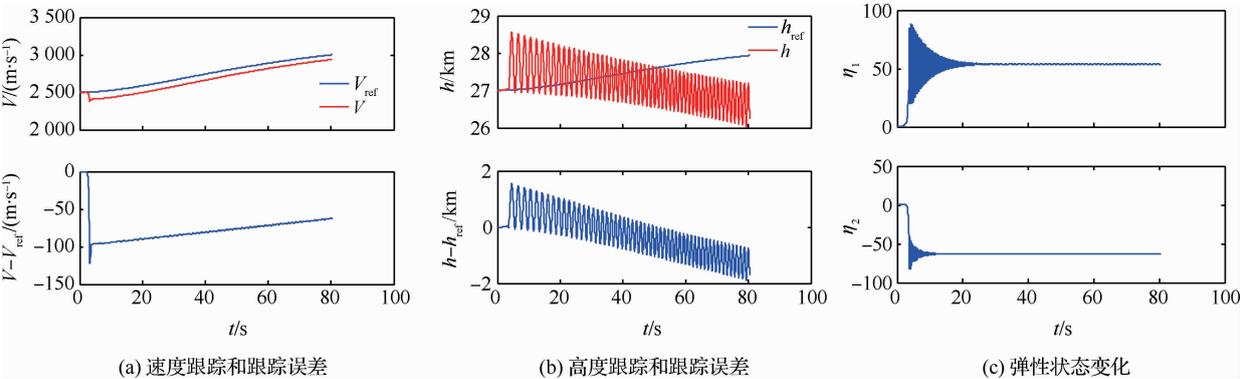
为验证本文设计控制策略在执行机构幅值、速率同时饱和时仍能实现闭环系统的稳定性, 对 AHV 模型进行闭环系统仿真。假设控制输入的幅值和速率均受到约束, 取 $\Phi \in [0.05, 1], \delta_e \in [-16^\circ, 16^\circ], \dot{\delta}_e \in [-50^\circ/\text{s}, 50^\circ/\text{s}]$ 。AHV 初始速度取 $V = 2\,500 \text{ m/s}$, 初始高度取 $h = 27\,000 \text{ m}$, 使速度阶跃 $\Delta V = 700 \text{ m/s}$, 高度阶跃 $\Delta h = 1\,000 \text{ m}$, 速度与高度参考输入均由阻尼比为 0.95、自然频率为 0.03 rad/s 的二阶参考模型给出。为验证控制器的鲁棒性, 假设 AHV 模型气动系数存在 $\pm 40\%$ 的摄动量, 即 $\Delta = 0.4 \sin(0.01\pi t)$ 。仿真采用定步长的四阶龙格库塔法数值求解, 步长选为 0.01 s。控制器参数取为: $k_{v1} = 1.8, k_{v2} = 0.8;$

$k_{h1} = 0.6, k_{h2} = 0.1; k_{\gamma1} = 0.3, k_{\gamma2} = 0.2; k_{\theta1} = 0.6, k_{\theta2} = 0.2; k_{Q1} = 0.6, k_{Q2} = 0.1; k_{\delta1} = 20, k_{\delta2} = 0.1$ 。微分跟踪器参数取为: $R_1 = 5, a_{11} = 2, a_{12} = 2; R_2 = 12, a_{21} = 2, a_{22} = 2; R_3 = 14, a_{31} = 2, a_{32} = 2; R_4 = 30, a_{41} = 2, a_{42} = 2$ 。干扰观测器参数取为: $R_V = 0.1, a_{v1} = 0.5, a_{v2} = 0.4; R_\gamma = 0.1, a_{\gamma1} = 0.5, a_{\gamma2} = 0.4; R_Q = 0.1, a_{Q1} = 0.5, a_{Q2} = 0.4$ 。辅助系统参数取为: $\kappa_V = 1.5, \delta_V = 0.5; \kappa_Q = 0.1, \delta_Q = 0.5; \kappa_\delta = 0.1, \delta_\delta = 0.5$ 。为考察所设计控制策略的优越性, 分别在以下两种情形进行仿真。

情形 1 采用文献[15]中方法, 对 AHV 进行闭环系统仿真。假设控制输入的幅值和速率均受到约束, 取 $\Phi \in [0.05, 1], \delta_e \in [-16^\circ, 16^\circ], \dot{\delta}_e \in [-50^\circ/\text{s}, 50^\circ/\text{s}]$ 。

情形 2 采用本文方法, 对 AHV 进行闭环系统仿真。同样假设控制输入的幅值和速率均受到约束, 取 $\Phi \in [0.05, 1], \delta_e \in [-16^\circ, 16^\circ], \dot{\delta}_e \in [-50^\circ/\text{s}, 50^\circ/\text{s}]$ 。同时假设 AHV 模型气动系数存在 $\pm 40\%$ 的摄动量, 即 $\Delta = 0.4 \sin(0.01\pi t)$, 并在 300 s 后, 加入外部扰动 $d_{v0} = 10 \sin(0.02\pi t), d_{\gamma0} = d_{Q0} = \pi/180 \times \sin(0.02\pi t)$ 。

由以上仿真结果可知, 采用文献[15]所提方法, 当 AHV 控制输入的幅值、速率同时饱和时(见图 2(d)~图 2(f)), 速度 V 与高度 h 均无法对各自参考输入进行稳定跟踪, 速度跟踪误差与高度跟踪误差均趋于发散(见图 2(a)、图 2(b)), 弹性状态亦无法得到有效抑制(见图 2(c))。而采用本文方法时, 即使执行器的幅值和速率同时处于饱和状态(见图 3(g)~图 3(i)), 辅助系统的状态变量 χ_v, χ_Q 和 χ_δ 能够提供有效补偿(见图 3(j)), 从而保证了速度 V 与高度 h 对各自参考输入的



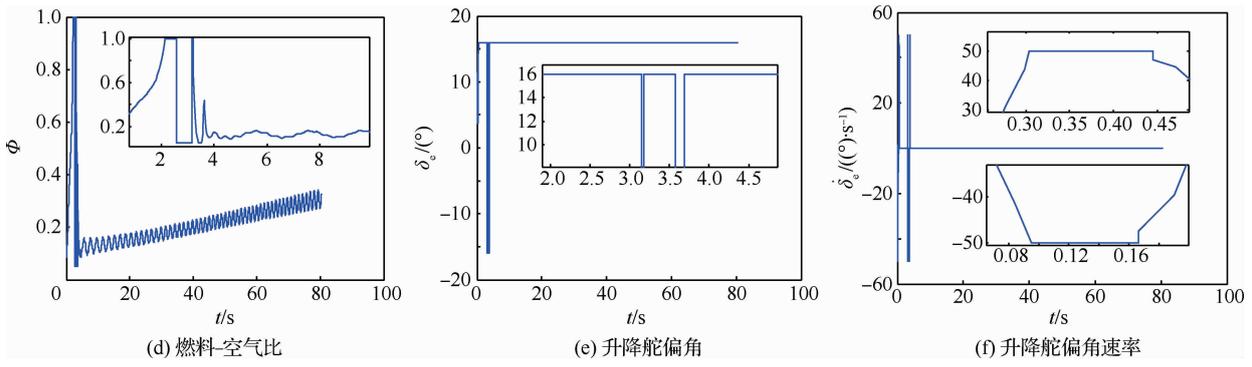
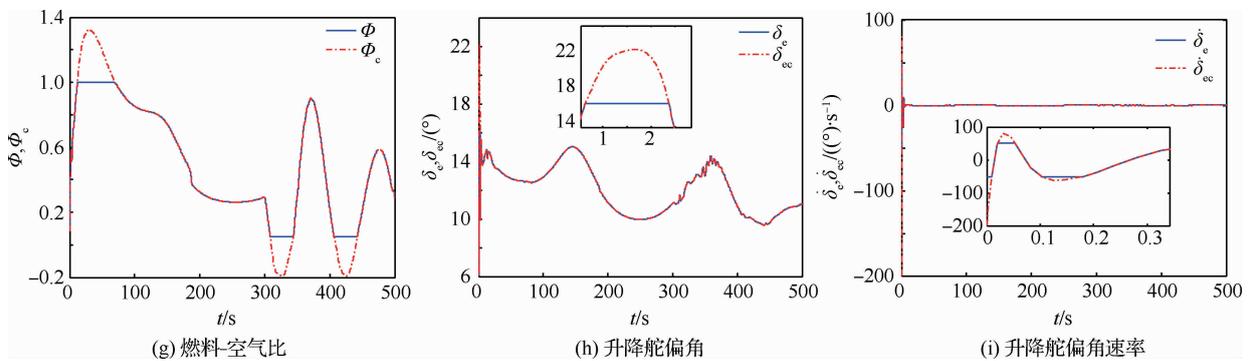
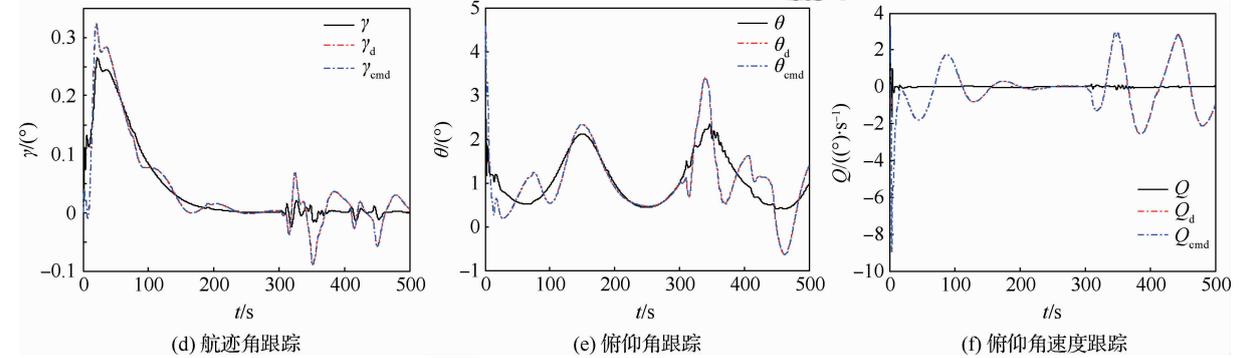
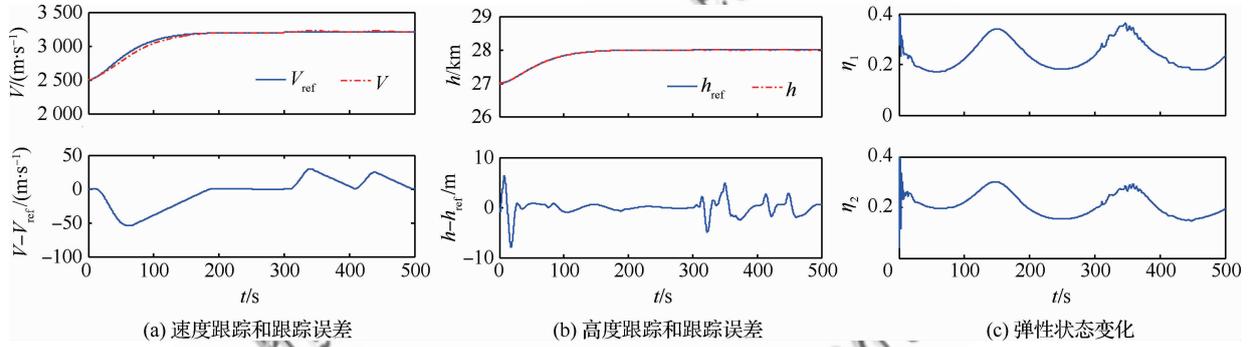


图 2 情形 1 仿真结果
Fig. 2 Simulation results of situation 1



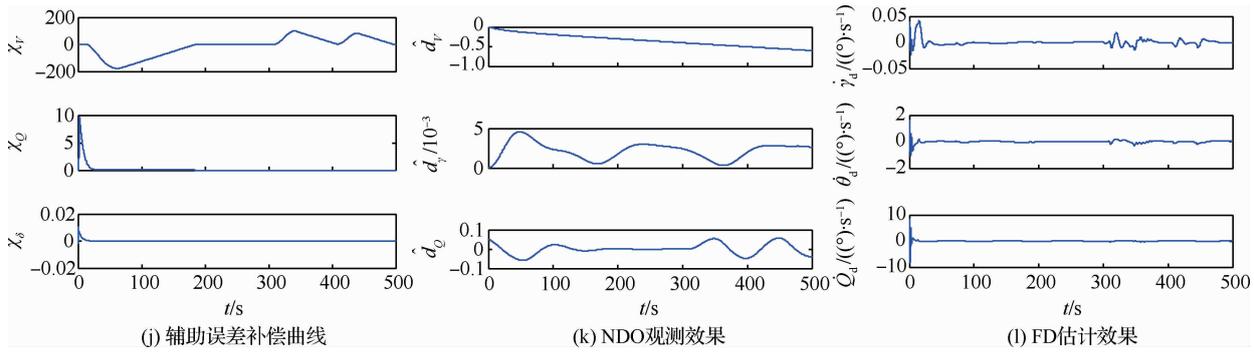


图3 情形2 仿真结果

Fig. 3 Simulation result of Situation 2

稳定跟踪,当存在参数大幅度扰动和外部强干扰时,跟踪误差虽略有增大,但不影响闭环控制系统的稳定性(见图3(a)、图3(b))。同时,设计的FD可以对虚拟指令 γ_{cmd} 、 θ_{cmd} 、 Q_{cmd} 及其一阶导数进行精确估计(见图3(d)~图3(f),图3(l)),航迹角 γ 、俯仰角 θ 与俯仰角速度 Q 也能实现对其虚拟指令的鲁棒跟踪(见图3(d)~图3(f)),另外,弹性状态也较平滑,无高频抖振现象(见图3(c))。综上所述,本文设计的辅助误差补偿反演控制策略在执行机构幅值、速率同时饱和时,仍能保证闭环系统的稳定性。

5 结论

1) 本文基于辅助误差补偿策略设计的AHV鲁棒反演控制律,保证了执行机构在幅值和速率达到瞬时饱和时闭环控制系统的稳定性和跟踪误差的有界性。

2) 所设计的FD和NDO,实现了对虚拟控制律及其一阶导数的精确估计,并完成了对模型不确定项的平滑估计,进一步提高了控制精度。

3) 仿真结果充分表明,所提出的控制策略在处理更为严苛的控制输入受限问题时,比现有方法有一定的优越性。

参 考 文 献

[1] DUAN H B, LI P. Progress in control approaches for hypersonic vehicle[J]. Science China Technological Sciences, 2012, 55(10): 2965-2970.
 [2] XU B, SHI Z K. An overview on flight dynamics and control approaches for hypersonic vehicles[J]. Science China Information Sciences, 2015, 58(7): 070201-1-19.
 [3] 吴宏鑫, 孟斌. 高超声速飞行器控制研究综述[J]. 力学

进展, 2009, 39(6): 756-765.

WU H X, MENG B. Review on the control of hypersonic flight vehicles[J]. Advances in Mechanics, 2009, 39(6): 756-765 (in Chinese).

[4] 方洋旺, 柴栋. 吸气式高超声速飞行器制导与控制研究现状及发展趋势[J]. 航空学报, 2014, 35(7): 1776-1786.

FANG Y W, CHAI D. Status and development trend of the guidance and control for air-breathing hypersonic vehicles[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(7): 1776-1786 (in Chinese).

[5] 孙长银, 穆朝絮, 余瑶. 近空间高超声速飞行器控制的几个科学问题研究[J]. 自动化学报, 2013, 39(11): 1901-1913.

SUN C Y, MU C X, YU Y. Some control problems for near space hypersonic vehicles[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(11): 1901-1913 (in Chinese).

[6] 葛东明. 临近空间高超声速飞行器鲁棒变增益控制[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011.

GE D M. Robust gain-scheduling control of hypersonic vehicle in near space[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011 (in Chinese).

[7] XU B, SHI Z K, YANG C G, et al. Neural control of hypersonic flight vehicle model via time-scale decomposition with throttle setting constraint[J]. Nonlinear Dynamics, 2013, 73: 1849-1861.

[8] GAO G, WANG J Z. Reference command tracking control for an air-breathing hypersonic vehicle with parametric uncertainties[J]. Journal of the Franklin Institute, 2013, 350: 1155-1188.

[9] GAO G, WANG J Z, WANG X H. Robust tracking control for an air-breathing hypersonic vehicle with input constraints[J]. International Journal of Systems Science, 2014, 45(12): 2466-2479.

[10] XU B, HUANG X Y, WANG D W, et al. Dynamic surface control of constrained hypersonic flight models with parameter estimation and actuator compensation[J]. Asian Journal of Control, 2014, 16(1): 162-174.

- [11] XU B, WANG S X, GAO D X, et al. Command filter based robust nonlinear control of hypersonic aircraft with magnitude constraints on states and actuators[J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2014, 73: 233-247.
- [12] 李静, 左斌. 输入受限的吸气式高超声速飞行器自适应 Terminal 滑模控制[J]. *航空学报*, 2012, 33(2): 220-233.
- LI J, ZUO B. Adaptive terminal sliding mode control for air-breathing hypersonic vehicles under control input constraints[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2012, 33(2): 220-233 (in Chinese).
- [13] ZONG Q, WANG F, TIAN B L, et al. Robust adaptive dynamic surface control design for a flexible air-breathing hypersonic vehicle with input constraints and uncertainty[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2014, 78: 289-315.
- [14] CHEN M, GE S S, REN B B. Adaptive tracking control of uncertain MIMO nonlinear systems with input constraints[J]. *Automatica*, 2011, 47(3): 452-465.
- [15] BU X W, WU X Y, MA Z, et al. Novel auxiliary error compensation design for the adaptive neural control of a constrained flexible air-breathing hypersonic vehicle[J]. *Neurocomputing*, 2016, 171: 313-324.
- [16] FARRELL J, SHARMA M, POLYCARPOU M. Backstepping-based flight control with adaptive function approximation[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2005, 28(6): 1080-1102.
- [17] BU X W, WU X Y, TIAN M Y, et al. High-order tracking differentiator based adaptive neural control of a flexible air-breathing hypersonic vehicle subject to actuators constraints[J]. *ISA Transactions*, 2015, 58: 237-247.
- [18] PARKER J T, SERRANI A, YURKOVICH S, et al. Control-oriented modeling of an air-breathing hypersonic vehicle[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, 30(3): 856-869.
- [19] BOLENDER M A, DOMAN D B. Nonlinear longitudinal dynamical model of an air-breathing hypersonic vehicle[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2007, 44(2): 374-387.
- [20] FIORENTINI L, SERRANI A. Adaptive restricted trajectory tracking for a non-minimum phase hypersonic vehicle model[J]. *Automatica*, 2012, 48: 1248-1261.
- [21] FIORENTINI L, SERRANI A, BOLENDER M A, et al. Nonlinear robust adaptive control of flexible air-breathing hypersonic vehicles[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32(2): 401-416.
- [22] 时建明, 王洁, 王琨, 等. 吸气式高超声速飞行器纵向运动反演控制器设计[J]. *西安交通大学学报*, 2013, 47(3): 102-107.
- SHI J M, WANG J, WANG K, et al. Design of backstepping controller for longitudinal motion of an air-breathing hypersonic vehicle[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2013, 47(3): 102-107 (in Chinese).
- [23] 王肖, 郭杰. 吸气式高超声速飞行器鲁棒非奇异 Terminal 滑模反步控制[J]. *航空学报*, 2017, 38(3): 320287.
- WANG X, GUO J. Robust nonsingular Terminal sliding mode backstepping control for air-breathing hypersonic vehicles[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2017, 38(3): 320287 (in Chinese).
- [24] XU B, GAO D X, WANG S X. Adaptive neural control based on HGO for hypersonic flight vehicles[J]. *Science China Information Sciences*, 2011, 54(3): 511-520.
- [25] BU X W, WU X Y, CHEN Y X, et al. Design of a class of new nonlinear disturbance observers based on tracking differentiators for uncertain dynamic systems[J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2015, 13(3): 595-602.
- [26] WANG X H, CHEN Z Q, YANG G. Finite-time-convergent differentiator based on singular perturbation technique[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(9): 1731-1737.

(责任编辑: 苏磊)

Robust backstepping control of input-constrained hypersonic vehicle

LUO Changxin^{1, *}, ZHANG Dongyang², LEI Humin², BU Xiangwei², YE Jikun²

1. College of Graduate, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China

2. College of Air and Missile Defense, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China

Abstract: A robust backstepping control method based on auxiliary error compensation is proposed to solve the problem of amplitude and rate limitation of the actuator of the flexible Air-breathing Hypersonic Vehicle (AHV) model with parameter perturbation. The improved auxiliary system is used to ensure the stability of the closed-loop system and the boundedness of the tracking error when the amplitude and rate are constrained at the same time. The Finite-time-convergent Differentiator (FD) is used to realize effective estimation of the virtual instruction and its first derivative, and then a Nonlinear Disturbance Observer (NDO) is designed. The uncertainties of the model are estimated smoothly to further improve the control precision. The effectiveness of the proposed control method is verified by simulation.

Keywords: hypersonic vehicle; robust backstepping control; auxiliary error compensation; finite-time-convergent differentiator; nonlinear disturbance observer

Received: 2017-10-16; **Revised:** 2017-11-10; **Accepted:** 2017-12-20; **Published online:** 2017-12-29 11:46

URL: <http://hkxb.buaa.edu.cn/CN/html/20180418.html>

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61703421); Aeronautical Science Foundation of China (20150096006)

* **Corresponding author.** E-mail: 1710794652@qq.com