

引用格式：孟亭亭，谭鸽伟，李梦慧，等。基于 Chebyshev 正交分解的曲线运动轨迹 SAR 的 Chirp Scaling 算法[J]. 航空学报，2020, 41(7): 323741. MENG T T, TAN G W, LI M H, et al. Chirp Scaling algorithm based on Chebyshev orthogonal decomposition for curve trajectory SAR[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(7): 323741 (in Chinese). doi: 10.7527/S1000-6893.2020.23741

基于 Chebyshev 正交分解的曲线运动轨迹 SAR 的 Chirp Scaling 算法

孟亭亭，谭鸽伟^{*}，李梦慧，杨晶晶，李彪，徐熙毅

华侨大学 信息科学与工程学院，厦门 361021

摘要：针对具有三维速度和加速度的曲线运动轨迹合成孔径雷达(SAR)，传统的斜距模型无法精确描述其运动特性，曲线历程增加了距离走动现象和方位向时间的高次项，使二维耦合现象更为复杂。本文提出了一种考虑载体平台三维速度和加速度的 Chirp Scaling 算法以解决曲线运动轨迹 SAR 成像问题。首先根据运动方程建立斜距表达式，然后对其进行 Chebyshev 近似，并构造其等效双曲方程形式的斜距模型，推导了具有空变性的距离徙动函数，Chirp Scaling 因子以及适用于曲线轨迹的 Chirp Scaling 成像算法。仿真结果证实了此扩展的等效斜距模型和 Chirp Scaling 算法在大合成孔径时间下的有效性，并给出了三维加速度的边界值。

关键词：曲线运动轨迹；Chebyshev 正交分解；等效斜距模型；空间变化性；距离徙动；改进的 Chirp Scaling 算法

中图分类号：V243.2；TN957.52

文献标识码：A

文章编号：1000-6893(2020)07-323741-12

合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)^[1-2]可以对区域进行全天时观测，且不受气候约束。在军事和民用领域得到了广泛应用。在某些特殊应用背景下，比如小型飞机^[3-4]、无人机^[5]和导弹^[6-7]，由于加速度的存在，使得 SAR 载体运动特性较为复杂，并呈现出曲线运动轨迹。此时，根据线性轨迹建立的传统处理方法失效。传统的双曲方程不能准确描述曲线运动轨迹 SAR 的斜距历程，必须建立新的斜距模型及成像方法。

在文献[8-11]中，用二阶或三阶 Taylor 级数来近似曲线 SAR 的斜距历程，但较大的近似误差影响了回波二维频谱的精确性。文献[12-13]分别提出了改进的斜距模型和改进的双曲斜距方

程，这些斜距的数学表达式比较简单，但准确度不够。文献[14]提出改进的等效斜视距离模型，只考虑了两维加速度，不能用来表达具有三维加速度的曲线运动轨迹 SAR 的斜距历程。

文献[8-19]提出了各种相关的曲线运动轨迹 SAR 成像算法。后向投影算法^[10,15]可以处理各种运动轨迹的 SAR 数据，但计算复杂度较高。文献[16]中的 Keystone Transform(KT)算法移除了二维交叉耦合项并对地形误差进行补偿，但二维方位向频域 KT 算法仅适应于低轨道。文献[17]提出了曲线拟合的方法来构造 CS 相位函数，但是距离徙动曲线与斜距不是线性关系，拟合误差对成像影响较大。文献[18]中，利用 Taylor 幂级数分解原始斜距和二维频域解耦合，但是幂

收稿日期：2019-12-18；退修日期：2020-01-19；录用日期：2020-03-30；网络出版时间：2020-04-13 10:34

网络出版地址：<http://hkxb.buaa.edu.cn/CN/html/20200726.html>

基金项目：华侨大学研究生科研创新基金(17014082025)；华侨大学人才项目(10BS312)

* 通信作者。E-mail: tangwei70@163.com

级数展开的精确度和展开点的位置密切相关,因此不同点目标的展开精度不同。文献[19]中的波数域算法在考虑了 SAR 载体的二维速度和二维加速度的条件下成像质量良好,但不适用于具有三维速度和三维加速度的曲线运动轨迹 SAR;而且改进的斜距方程缺少方位向时间的三次项,斜距表达式的精度不够。

在前述研究工作的基础上,提出了一种适用于曲线运动轨迹 SAR 的高效 Chirp Scaling(CS) 算法。在第 1 节中,讨论了具有三维速度和三维加速度的斜距方程,并进行 Chebyshev 近似,按方位时间的幂级数整理,得到斜距表达式,并推导其等效的双曲方程。在第 2 节中,提出了一种改进的 CS 算法,此算法消除了距离徙动(Range Cell Migration, RCM)的空间变化性,并在距离多普勒域中通过乘以相位补偿函数实现了方位聚焦,从而得到聚焦图像。在第 3 节,对改进的 CS 算法分别与文献[18-19]的算法进行仿真对比,仿真结果证明了所提出的斜距模型与成像算法的有效性与优越性。最后,进行了总结。

$$R(t_v) = \sqrt{\left(v_x t_v + \frac{1}{2} a_x t_v^2 - X_P\right)^2 + \left(v_y t_v + \frac{1}{2} a_y t_v^2 - Y_P\right)^2 + \left(v_z t_v + \frac{1}{2} a_z t_v^2 + H_Q\right)^2} \quad (1)$$

整理得

$$R(t_v) = \sqrt{R_P^2 + A_1 t_v + A_2 t_v^2 + A_3 t_v^3 + A_4 t_v^4} \quad (2)$$

式中:

$$\begin{cases} R_P = \sqrt{X_P^2 + Y_P^2 + H_Q^2} \\ A_1 = 2(v_z H_Q - v_x X_P - v_y Y_P) \\ A_2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 + a_z H_Q - a_x X_P - a_y Y_P \\ A_3 = v_x a_x + v_y a_y + v_z a_z \\ A_4 = \frac{1}{4}(a_x^2 + a_y^2 + a_z^2) \end{cases}$$

为了方便后续信号处理,需要把式(2)展开成 t_v 的幂级数形式。由于切比雪夫多项式能提供连续函数的最佳一致逼近,因此为了提高斜距精度,

1 曲线运动轨迹 SAR 理论

1.1 Chebyshev 近似的曲线运动轨迹 SAR 的等效斜距模型

机载 SAR 平台由于加速度的存在而产生曲线运动,该模式下的系统几何模型如图 1 所示,初始时刻位于点 $Q(0,0,H_Q)$ 处的 SAR 载体以初始速度 (v_x, v_y, v_z) 、加速度 (a_x, a_y, a_z) 沿 y 轴方向飞行, t_v 时刻到达 $T(x_{t_v}, y_{t_v}, z_{t_v})$ 点。假设观测场景内目标点 P 坐标为 $(X_P, Y_P, 0)$ 。

由物理运动学方程得到: $x_{t_v} = v_x t_v + \frac{1}{2} a_x t_v^2$, $y_{t_v} = v_y t_v + \frac{1}{2} a_y t_v^2$, $z_{t_v} = v_z t_v + \frac{1}{2} a_z t_v^2 + H_Q$, 点 P 和点 T 之间的瞬时斜距表达式为

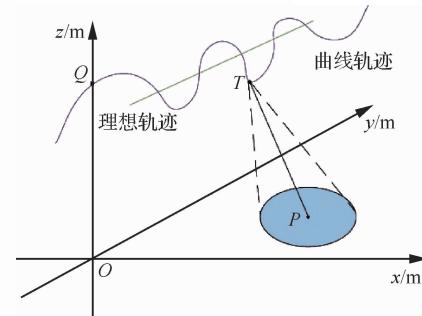


图 1 曲线运动轨迹 SAR 几何模型
Fig. 1 Geometric mode of curved trajectory SAR

不同于传统的采用泰勒分解的方法,将式(2)进行切比雪夫正交分解,得到

$$R(t_v) = \frac{c_0}{2} + \sum_{i=1}^n c_i T_i(t_v) \quad (3)$$

式中: n 为展开的阶数,本文取 4; $T_i(t_v)$ 为切比雪夫多项式,且有 $T_0(t_v) = 1$, $T_1(t_v) = t_v$; c_i 为切比雪夫系数,且有 $c_i = \frac{2}{n+1} \sum_{k=0}^n R(t_k) T_i(t_k)$, t_k 为离散方位时间且有 $t_k = \frac{T_{\text{syn}}}{2} \cos \frac{(2k+1)\pi}{2(n+1)}$, $k = 0, 1, \dots, n$; T_{syn} 为合成孔径时间; $R(t_k) =$

$\sqrt{R_p^2 + A_1 t_k + A_2 (t_k)^2 + A_3 (t_k)^3 + A_4 (t_k)^4}$ 为离散化的斜距历程。

将式(3)按照 t_v 的幂级数排序得到

$$R(t_v) = B_0 + B_1 t_v + B_2 t_v^2 + B_3 t_v^3 + B_4 t_v^4 \quad (4)$$

式中:

$$\left\{ \begin{array}{l} B_0 = \frac{c_0}{2} - c_2 + c_4 \\ B_1 = (c_1 - 3c_3) \frac{2}{T_{\text{syn}}} \\ B_2 = (2c_2 - 8c_4) \left(\frac{2}{T_{\text{syn}}} \right)^2 \\ B_3 = 4c_3 \left(\frac{2}{T_{\text{syn}}} \right)^3 \\ B_4 = 8c_4 \left(\frac{2}{T_{\text{syn}}} \right)^4 \end{array} \right.$$

1.2 误差分析

下面对斜距误差进行分析, 分别把式(3)的2阶、3阶和4阶展开式与式(2)的误差进行仿真, 仿真参数如表1所示。

如图2(a)所示, 在0 s时刻处, 各阶斜距的误差均接近为0 m。但是, 当方位向时间远离0 s时刻时, 2阶和3阶斜距的误差急剧增大, 而4阶斜距的误差几乎保持不变, 接近于0 m。图2(b)是本文采用的基于Chebyshev正交分解的4阶斜距和传统的基于Taylor展开的4阶斜距的误差对比。由图可知, 基于Chebyshev正交分解的4阶斜距误差更小, 基本趋于0 m, 而基于Taylor展开的斜距误差在合成孔径边缘急剧增大。

由仿真可知, 式(3)进行4阶Chebyshev近似, 误差在 10^{-6} 量级。而进行4阶Taylor近似, 斜距误差在 10^{-5} 量级。

表1 CS算法仿真参数

Table 1 Simulation parameters of CS algorithm

参数	数值
载波频率/GHz	10
信号带宽/MHz	100
采样频率/MHz	260
发射信号时宽/ μ s	5
脉冲重复频率/Hz	1 400
三维速度/(m·s ⁻¹)	100, 35, 2
三维加速度/(m·s ⁻²)	0.1, 0.1, -0.1

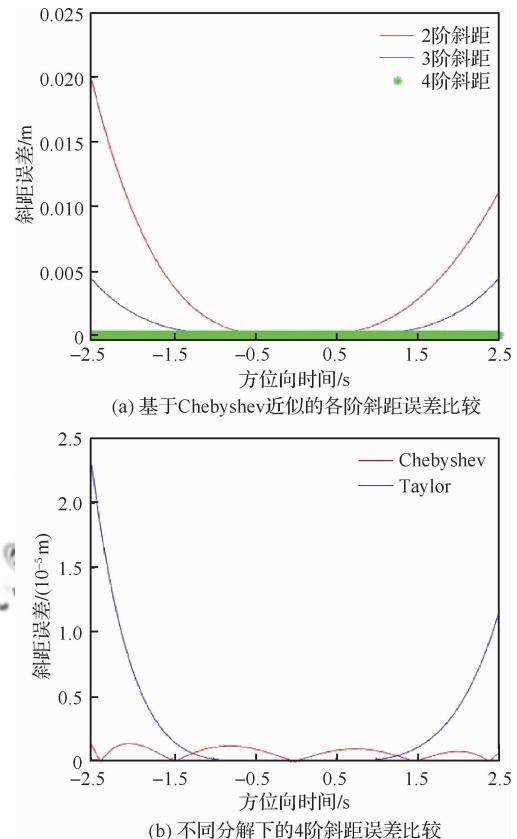


图2 不同斜距模型的误差比较

Fig. 2 Error comparison of different slant range models

1.3 曲线运动轨迹SAR的双曲等效斜距模型及回波

为了用CS算法处理曲线SAR数据, 需要将上述所获得的斜距模型用双曲方程等效, 即将式(4)改写为

$$R(t_v) = \sqrt{R_{\text{eq}}^2 + v_{\text{eq}}^2 t_v^2} + Dt_v + Et_v^3 + Ft_v^4 \quad (5)$$

联立式(4)和式(5), 得到 $R_{\text{eq}} = B_0$, $D = B_1$,

$$v_{\text{eq}} = \sqrt{2B_0 B_2}, E = B_3, F = B_4 + \frac{B_2^2}{2B_0} \text{。式(5)}$$

的各系数与目标位置有关。

依据斜距模型式(5), 则雷达回波信号表达式为

$$s(t_r, t_v) = u_r \left(t_r - \frac{2R(t_v)}{c} \right) u_v(t_v) \cdot \exp \left(-j \frac{4\pi R(t_v)}{\lambda} \right) \exp \left(j\pi K_r \left(t_r - \frac{2R(t_v)}{c} \right)^2 \right) \quad (6)$$

式中: t_r 、 t_v 分别为距离向快时间和方位向慢时间; K_r 为发射信号的调频斜率; λ 为发射信号的

波长; c 为光速; $u_r(\cdot)$ 和 $u_v(\cdot)$ 分别为距离向和方位向的时域包络。

2 改进的 Chirp Scaling 成像算法

曲线运动轨迹 SAR 的合成孔径是曲线状, 求解 CS 因子必须考虑 RCM 的空间变化性。为了方便计算相位, 忽略包络变化形式。

根据驻留相位原理^[13,20-21], 将式(6)进行距离向傅里叶变换(Fourier Transform, FT), 得到距离频域的信号表达式为

$$S(f_r, f_v) = U_r(f_r) u_v(t_v) \exp\left(-j\pi \frac{f_r^2}{K_r}\right) \cdot \exp\left(-j4\pi \frac{f_r + f_c}{c} R(t_v)\right) \quad (7)$$

式中: f_r 为距离向频率; $U_r(\cdot)$ 为距离向频谱包络; f_c 为载波频率。

由式(5)知, 斜距表达式存在一次项, 即式(7)存在线性距离走动(Linear Range Walk, LRW)^[22]。由于距离走动在时间域与目标位置有关, 因此距离走动的校正应该相对于场景中心进行, 于是构建线性距离走动校正(Linear Range Walk Correction, LRWC)函数为

$$H_{\text{lrwc}}(f_r, t_v) = \exp\left(j4\pi \frac{f_r + f_c}{c} D_o t_v\right) \quad (8)$$

式中: D_o 为相对场景中心位置($X_o, Y_o, 0$)的参数。

补偿后的信号为

$$S(f_r, t_v) = U_r(f_r) u_v(t_v) \exp\left(-j\pi \frac{f_r^2}{K_r}\right) \cdot \exp\left(-j4\pi \frac{f_r + f_c}{c} (R(t_v) - D_o t_v)\right) \quad (9)$$

距离走动校正近似解决了曲线 SAR 回波信号的距离向频率 f_r 与方位向时间 t_v 的线性耦合问题, 简化了后面的处理过程。

由于 CS 算法是在距离-多普勒域进行, 但直接对式(6)进行方位向傅里叶变换比较困难。因此先利用驻留相位原理^[13,20-21]对式(9)进行方位向傅里叶变换, 将信号转换到二维频域, 再进行距离向逆傅里叶变换(Inverse Fourier Transform, IFT), 转换到距离-多普勒域。

因为高次相位是缓慢变化的, 对驻相点不敏感, 所以高次相位并不参与驻相点的计算, 只需将驻相点求出直接代入高次项即可^[1]。最后得到回波信号的二维频谱表达式为

$$S(f_r, f_v) = U_r(f_r) U_v(f_v) \exp\left(-j\pi \frac{f_r^2}{K_r}\right) \cdot \exp\left(-j \frac{4\pi R_{\text{eq}}}{\lambda} \sqrt{\left(1 + \frac{f_r}{f_c}\right)^2 - \left(\frac{\lambda f_v}{2\nu_{\text{eq}}}\right)^2} - j4\pi \frac{f_r + f_c}{c} (E t_v^{*3} + F t_v^{*4})\right) \quad (10)$$

式中: $t_v^* = -\frac{R_{\text{eq}} c f_v}{\nu_{\text{eq}} \sqrt{4\nu_{\text{eq}}^2 (f_r + f_c)^2 - c^2 f_v^2}}$ 为驻留相位点。

再次利用驻留相位原理^[13,20-21]将式(10)进行距离向逆傅里叶变换, 得到信号在距离-多普勒域的表达式为

$$s(t_r, f_v) = u_r(t_r) U_v(f_v) \cdot \exp\left\{j\pi K_{\text{eq}} \left[t_r - 2R_{\text{eq}} / \left(c \sqrt{1 - \frac{\lambda f_v^2}{2\nu_{\text{eq}}^2}}\right)\right]^2 - j\pi \frac{4R_{\text{eq}}}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda f_v}{2\nu_{\text{eq}}}\right)^2} - j\pi \frac{4}{\lambda} (E t_v^{\#3} + F t_v^{\#4})\right\} \quad (11)$$

式中: $t_v^{\#} = -\frac{\lambda R_{\text{eq}} f_v}{\nu_{\text{eq}} \sqrt{4\nu_{\text{eq}}^2 - \lambda^2 f_v^2}}$ 为驻留相位点; K_{eq}

为新的调频斜率, 且有 $K_{\text{eq}} = K_r \sqrt{4\nu_{\text{eq}}^2 - \lambda^2 f_v^2}$ ($\sqrt{4\nu_{\text{eq}}^2 - \lambda^2 f_v^2} - 4\nu_{\text{eq}} R_{\text{eq}} \lambda^2 f_v^2$)。调频斜率 K_{eq} 与 R_{eq} 相关, 即具有空变性。

由式(11)可知, 瞬时斜距表达式为 $r(t_r, f_v) = R_{\text{eq}} - D_o t_v^{\#} = R_{\text{eq}} / \sqrt{1 - [\lambda f_v / (2\nu_{\text{eq}})]^2}$, 传统 CS 算法中距离徙动 $\Delta r(t_r, f_v)$ 与斜距 R_{eq} 的关系为 $\Delta r(t_r, f_v; R_{\text{eq}}) = r(t_r, f_v; R_{\text{eq}}) - R_{\text{eq}} = R_{\text{eq}} C_s$, 两者类比, 得到 $C_s = 1 / \sqrt{1 - [\lambda f_v / (2\nu_{\text{eq}})]^2} - 1$ 。于是, 参考点处的 CS 函数为

$$H_{\text{cs}}(t_r, f_v) = \exp\left(j\pi K_{\text{eq}} C_s \left(t_r - 2 \frac{r(t_r, f_v; R_{\text{ref}})}{c}\right)^2\right) \quad (12)$$

式中: R_{ref} 为参考点处的斜距, 一般选择场景中心作为参考点。

将式(11)与式(12)相乘进行 CS 操作, 再进行距离向傅里叶变换, 得到回波信号的二维频谱函数 $S(f_r, f_v) = U_r(f_r) U_v(f_v) \cdot$

$$\exp\left(-j \frac{4\pi}{c^2} K_{\text{eq}} C_s (1 + C_s) (R_{\text{eq}} - R_{\text{ref}})^2 - j\pi \frac{4R_{\text{eq}}}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda f_v}{2\nu_{\text{eq}}}\right)^2} - j\pi \frac{4}{\lambda} (E t_v^{\#3} + F t_v^{\#4}) - j\pi \frac{f_r^2}{K_{\text{eq}} (1 + C_s)} - j \frac{4\pi}{c} (R_{\text{eq}} + R_{\text{ref}} C_s) f_r\right) \quad (13)$$

分析式(13)的相位结构可知,第1项是CS操作产生的残余相位;第2项是方位调制项用于方位压缩;第3项是方位调制的高阶项;第4项是距离调制项,对应距离压缩和二次距离压缩;第5项是距离徙动项,经过CS操作后,距离徙动为 $R_{\text{ref}}C_s$,即不同距离处的距离徙动都校正为参考距离处的距离徙动。

由此构造距离压缩和二次距离压缩函数为

$$H_{\text{rc+src}}(f_r, f_v) = \exp\left(j\pi \frac{f_r^2}{K_{\text{ref}}(1+C_s)}\right) \quad (14)$$

式中: K_{ref} 为参考点处的调频斜率。

CS处理解除了距离徙动曲线的空变性。因此,不同距离的距离徙动校正函数都为

$$H_{\text{rcmc}}(f_r, f_v) = \exp\left(j\frac{4\pi R_{\text{ref}} C_s f_r}{c}\right) \quad (15)$$

完成距离压缩、二次距离压缩和距离徙动校正的信号为

$$S(f_r, f_v) = U_r(f_r)U_v(f_v) \cdot \exp\left\{-j\frac{4\pi K_{\text{eq}} C_s (1+C_s)}{c^2} (R_{\text{eq}} + R_{\text{ref}})^2 - j\pi \frac{4R_{\text{eq}}}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda f_v}{2\nu_{\text{eq}}}\right)^2} - j\pi \frac{4}{\lambda} (E t_v^{\frac{3}{2}} + F t_v^{\frac{4}{3}}) - j\frac{4\pi R_{\text{eq}} f_r}{c}\right\} \quad (16)$$

将式(16)进行距离向逆傅里叶变换,得到信号在距离-多普勒域的表达式为

$$\begin{aligned} s(t_r, f_v) &= \text{sinc}\left(t_r - \frac{2R_{\text{eq}}}{c}\right) U_v(f_v) \cdot \\ &\exp\left(-j\frac{4\pi}{c^2} K_{\text{eq}} C_s (1+C_s) (R_{\text{eq}} - R_{\text{ref}})^2 - \right. \\ &\left. j\pi \frac{4R_{\text{eq}}}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda f_v}{2\nu_{\text{eq}}}\right)^2} - j\pi \frac{4}{\lambda} (E t_v^{\frac{3}{2}} + F t_v^{\frac{4}{3}})\right) \end{aligned} \quad (17)$$

在距离-多普勒域,进行相位补偿和方位压缩,相应的处理函数为

$$\begin{aligned} H_a(t_r, f_v) &= \exp\left(j2\pi\left[\frac{2}{c^2} K_{\text{eq}} C_s (1+C_s) \cdot \right.\right. \\ &(R_{\text{eq}} - R_{\text{ref}})^2 + \frac{2R_{\text{eq}}}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda f_v}{2\nu_{\text{eq}}}\right)^2} + \\ &\left.\left.\frac{2}{\lambda} (E t_v^{\frac{3}{2}} + F t_v^{\frac{4}{3}})\right]\right) \end{aligned} \quad (18)$$

式(17)乘以式(18),完成方位压缩后,将信号进行方位向逆傅里叶变换,得到聚焦图像。改进的CS算法流程见图3。

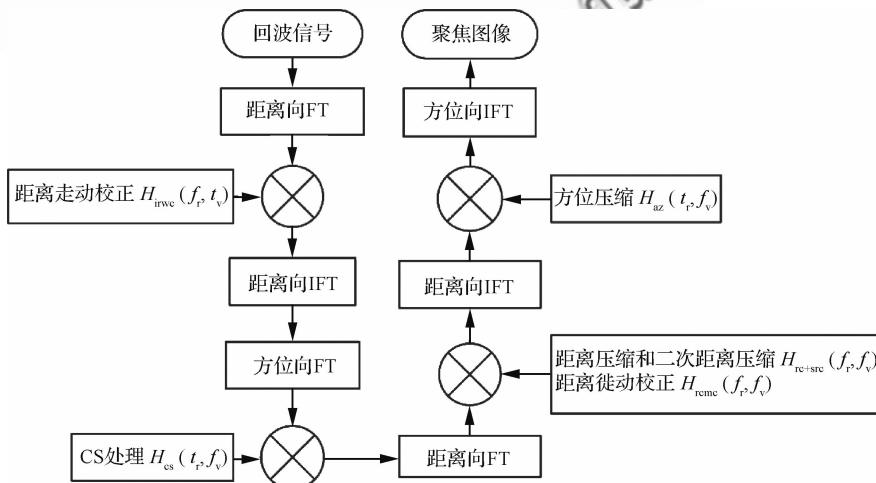


图3 改进的CS算法流程图

Fig. 3 Improved CS algorithm flow chart

3 实验仿真分析

为了证明改进的CS算法对具有三维速度和加速度的机载曲线运动轨迹SAR数据处理的有

效性,采用表1所示参数对多点目标进行仿真。图4表示场景区域下 5×5 点阵中等间距100 m的目标位置。

图5显示了等间距为100 m的 5×5 点阵在

改进 CS 算法下的聚焦效果,由仿真图可知,此算法能对多点目标进行有效成像,并且中心点和边缘点的成像效果几乎一致。

为了更仔细地观察成像细节,把中心点 P_0 和边缘点 P_2 的成像结果进行放大,并分别和文献 [18-19] 的曲线 SAR 成像算法进行比较(为便于和文献[19]比较,令 $v_y = 0 \text{ m/s}$, $a_y = 0 \text{ m/s}^2$, 即实验处于二维运动变量状态,其他参数如表 1 所示)。

图 6 是采用所提出的基于 Chebyshev 正交分解的 CS 算法、文献[18-19]所提算法分别对点 P_0 成像得到的高线图。图 6(a)的聚焦效果图中,距离向和方位向的主旁瓣清晰,对称性很好,与理想点目标一致。图 6(b) 的方位向出现模糊。图 6(c) 出现微小的不对称。

图 7 是 3 种算法对 P_0 点成像得到的距离向冲激响应。

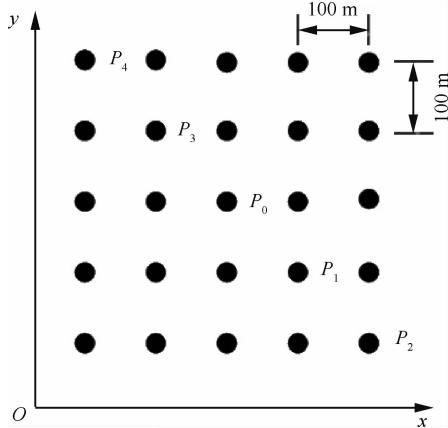


图 4 5×5 点阵分布图

Fig. 4 Distribution map of 5×5 point targets

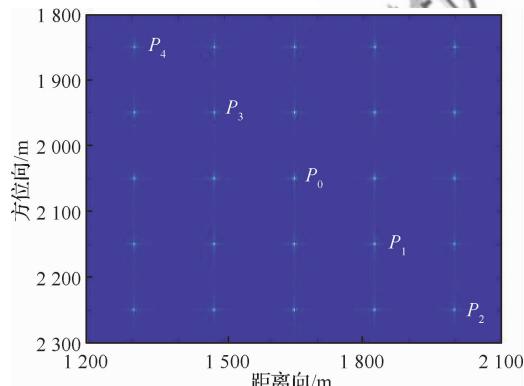


图 5 改进的 CS 算法对点阵的成像效果图

Fig. 5 Imaging results of improved CS algorithm on point targets

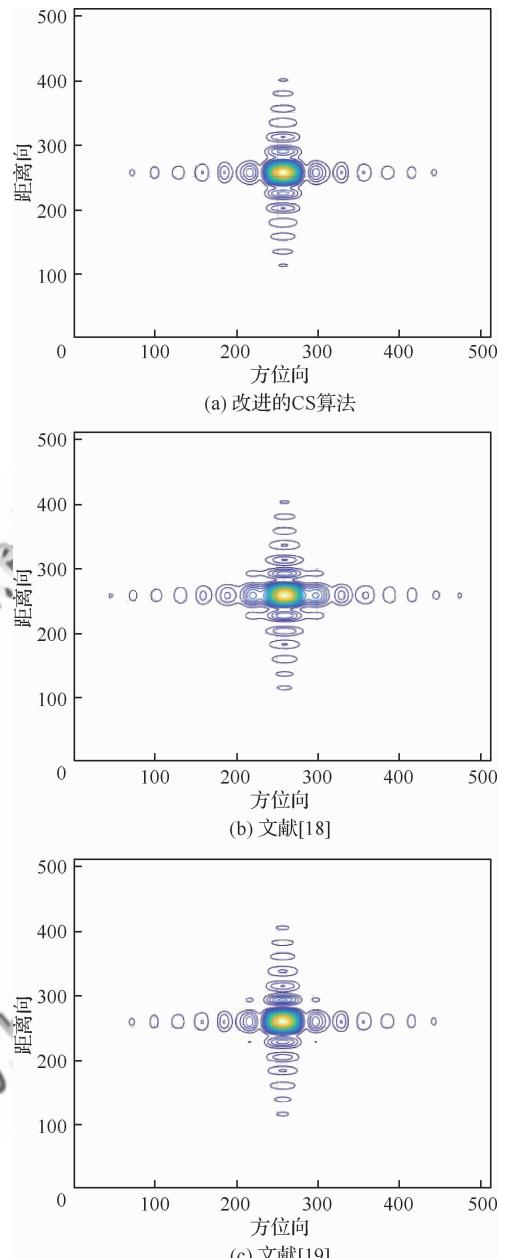


图 6 场景中心点 P_0 的等高线图

Fig. 6 Contour map of scene center point P_0

激响应和距离向冲激响应的比较图。由图 7(a)可知,文献[18]的方位向脉冲冲激响应的旁瓣升高,聚焦性能下降,出现方位向的模糊。而改进的 CS 算法和文献[19]在方位向的聚焦性能是基本一样的。由图 7(b)可知,3 种算法的距离向冲激响应略有差别,文献[18-19]的主瓣均稍有偏移,旁瓣均略有升高并出现不对称现象,而改进的 CS 算法的聚焦性能稍好。

在只考虑两维速度和加速度的条件下,改进

的CS算法和文献[19]的算法效果大体上近似，皆好于文献[18]所提出的算法。但是文献[19]的算法不能处理具有三维速度和三维加速度的曲线SAR数据。改进的CS算法和文献[18]所提出的算法都能处理具有三维速度和加速度的曲线SAR数据，但斜距采用Chebyshev多项式近似比文献[18]采用的Taylor级数逼近的精度高，因此成像效果显著。

图8和图9分别显示了场景边缘点 P_2 在3种算法下的轮廓图以及方位冲激响应和距离向冲激响应的比较。由图可知，3种算法对边缘点 P_2 的成像效果与中心点 P_0 比较只有微小的差别。在只考虑两维速度和加速度的情况下，改进的CS算法和文献[19]的聚焦性能大体上一致，而文献[18-19]的算法在距离向旁瓣约有升高，且在方位向的聚焦性能下降。再次证明了基于Chebyshev正交分解的斜距模型及CS成像算法的有效性。

为了进一步比较3种算法的聚焦性能，表2

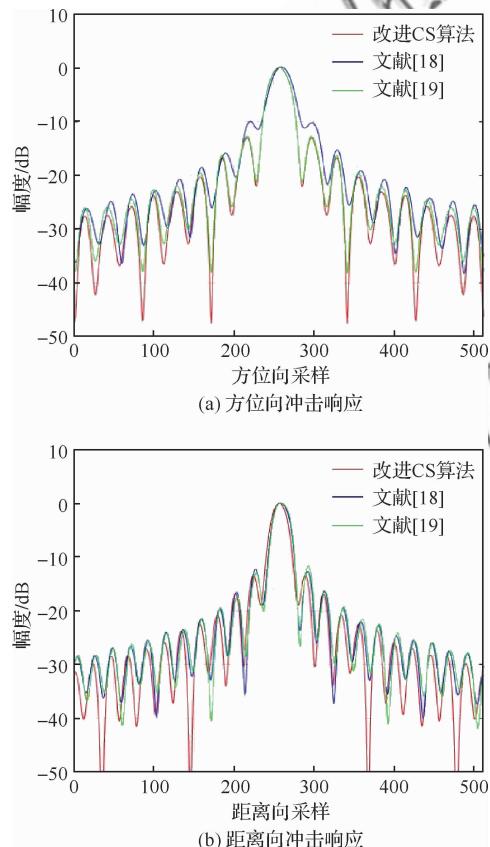


图7 场景中心点 P_0 的冲激响应比较

Fig. 7 Comparison of impulse responses of scene center point P_0

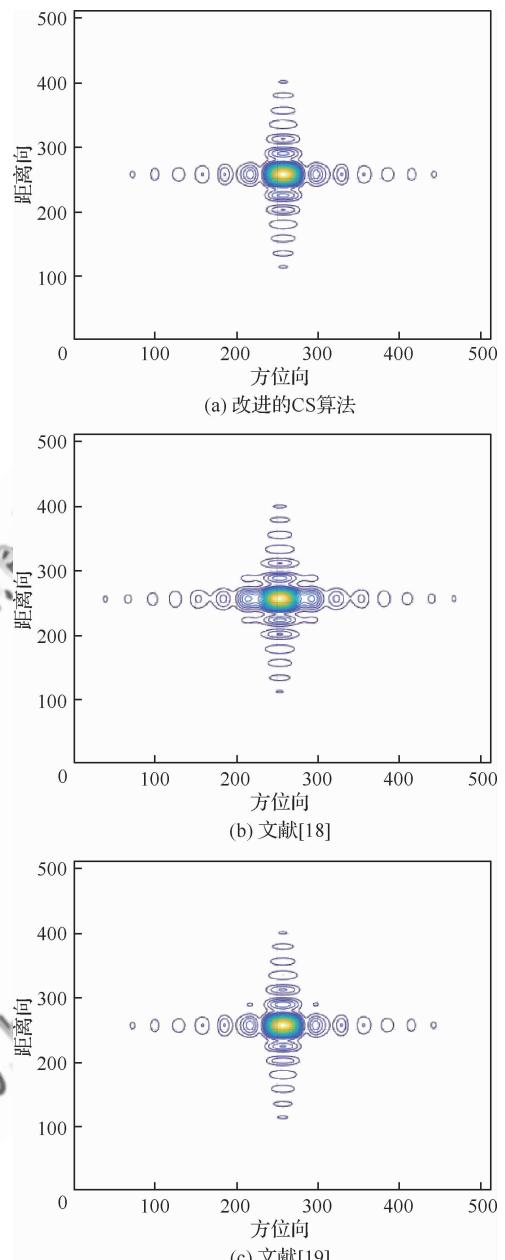
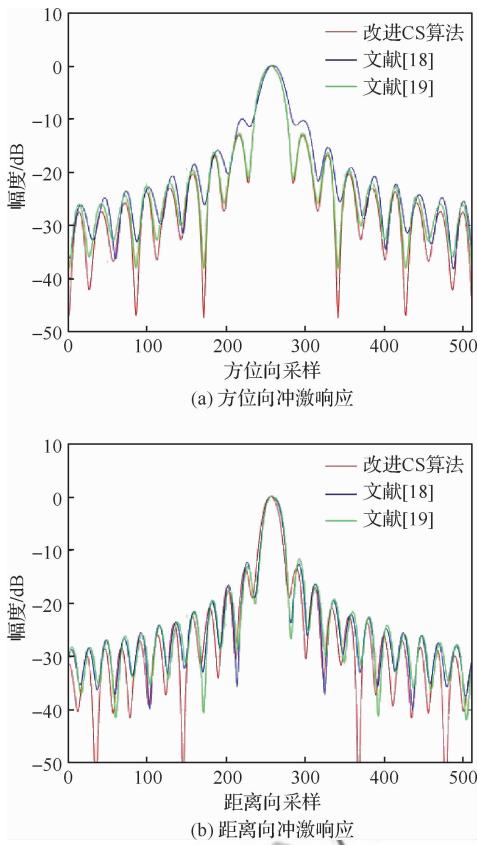


图8 场景边缘点 P_2 的等高线图

Fig. 8 Contour map of scene edge point P_2

所示的距离向和方位向的积分旁瓣比(Integral Side Lobe Ratio, ISLR)、峰值旁瓣比(Peak Side Lobe Ratio, PSLR)和主瓣宽度(Impulse Response Width, IRW)也定量地证明了改进的CS算法的优越性。即无论是场景中心点 P_0 还是场景边缘点 P_2 ，改进的CS算法在距离向和方位向的性能均优于文献[18-19]的算法(由于 P_4 和 P_2 位置对称， P_3 和 P_1 位置对称，因此只给出 P_0 、 P_1 、 P_2 的聚焦性能参数)。

图 9 场景边缘点 P_2 的冲击响应比较Fig. 9 Comparison of impulse responses of scene edge point P_2

产生成像性能差异的一个原因是各算法的斜距模型不一样,从而产生不同的相位误差。在表 1 所示参数下,对各算法的斜距误差进行仿真。改进的CS算法采用切比雪夫多项式来逼近斜

距历程,文献[18]算法采用传统的泰勒级数来逼近斜距,文献[19]算法提出了考虑两维速度和加速度的斜视双曲斜距方程,3 种斜距模型的误差比较如图 10(a)所示。文献[18-19]的斜距误差在合成孔径中心近似为 0 m,但在合成孔径边缘,误差增大。而所提出的 Chebyshev 式斜距误差在整个孔径内都近似为 0 m。图 10(b)是由斜距误差产生的多普勒相位误差,该误差也有相同的变化趋势。

下面探讨本算法的适用范围。由式(2)推导出 4 阶近似斜距的误差为

$$\Delta R \leqslant \left(\frac{12A_4}{R_p} - \frac{3(A_2^2 + 2A_1A_3)}{R_p^3} + \frac{9A_1^2A_2}{2R_p^5} - \frac{15A_1^4}{16R_p^7} \right) t_v^4 \quad (19)$$

式中: $-\frac{T_{\text{syn}}}{2} \leqslant t_v \leqslant \frac{T_{\text{syn}}}{2}$, R_p 和 A_1, A_2, A_3, A_4 由目标位置、平台速度和加速度决定。

在合成孔径边缘,斜距误差产生的最大多普勒相位误差为

$$\Delta\Phi_m = \frac{4\pi}{\lambda} \Delta R_m = \left(\frac{12A_4}{R_p} - \frac{3(A_2^2 + 2A_1A_3)}{R_p^3} + \frac{9A_1^2A_2}{2R_p^5} - \frac{15A_1^4}{16R_p^7} \right) \frac{\pi T_{\text{syn}}^4}{4\lambda} \quad (20)$$

SAR 成像要求 $\Delta\Phi_m < \frac{\pi}{4}$,由此可推导系统参数的相互制约条件。忽略 R_p 的高次项,可推算

表 2 3 种算法的聚焦效果

Table 2 Focusing effect of three algorithms

点目标	算法	距离向			方位向		
		PSLR/dB	ISLR/dB	IRW/m	PSLR/dB	ISLR/dB	IRW/m
P_0	CS 算法	-13.473 1	-10.623 8	1.427 6	-13.037 2	-10.568 1	1.796 6
	文献[18]	-12.580 2	-10.531 2	1.418 9	-10.191 4	-8.466 8	1.893 6
	文献[19]	-11.857 5	-10.506 7	1.433 3	-13.009 9	-10.554 3	1.796 1
P_1	CS 算法	-13.246 6	-10.595 7	1.680 3	-13.045 3	-10.566 8	1.794 5
	文献[18]	-12.052 9	-10.470 0	1.458 5	-10.291 4	-8.464 3	1.933 8
	文献[19]	-11.644 8	-10.449 4	1.433 0	-13.007 9	-10.554 3	1.795 9
P_2	CS 算法	-13.146 2	-10.691 6	1.423 1	-13.072 1	-10.583 9	1.795 0
	文献[18]	-12.754 3	-10.608 9	1.423 8	-10.301 8	-8.469 9	1.935 8
	文献[19]	-12.980 2	-10.622 2	1.426 6	-13.015 4	-10.555 9	1.795 7

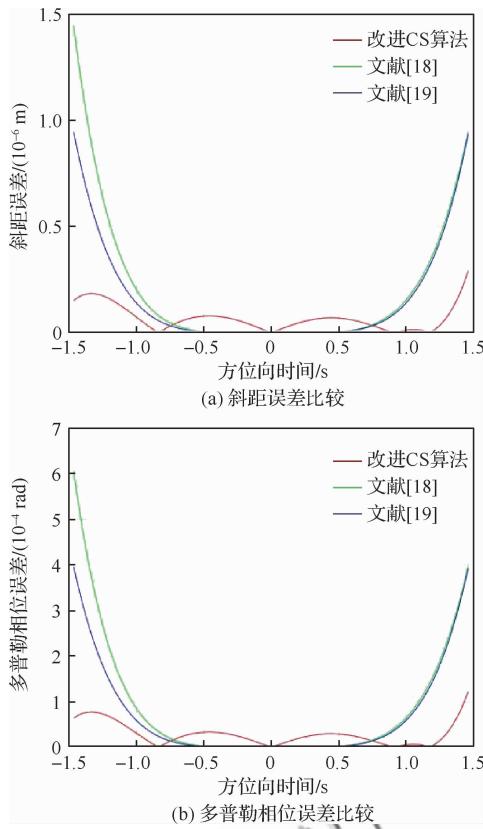


图 10 不同模型的斜距及多普勒相位误差比较

Fig. 10 Comparison of slant range and doppler phase error of different models

出本算法适用的三维加速度满足的方程为

$$a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 < \frac{\lambda R_p}{3 T_{\text{syn}}^4} \quad (21)$$

为了验证上述结论,取表 1 所示参数对场景中心点 P_0 在不同三维加速度下进行仿真,如图 11 所示。合成孔径时间 $T_{\text{syn}} = 2$ s。

由图 11 的仿真结果可知,在满足式(21)的约束条件下,本文算法都能有效成像。式(20)的多普勒相位误差存在相加相减项,因此加速度的方向对多普勒相位误差也有影响,导致加速度的边界很复杂。在保证曲线运动的条件下,对应于表 1 的机载曲线 SAR 系统参数,在 $T_{\text{syn}} = 2$ s 时,可得到本文算法适用的加速度的正向边界(10 m/s^2 , 9 m/s^2 , 8 m/s^2)和负向边界(-10 m/s^2 , -9 m/s^2 , -8 m/s^2)。

本算法的加速度适用范围与合成孔径时间相关。采用表 1 所示参数,对不同合成孔径时间下的成像效果进行比较。

图 12 显示不同合成孔径时间下的场景中心点 P_0 的成像等高线图。随着合成孔径时间增加,点目标的高线图开始失真,合成孔径时间超过 35 s 时,方位向散焦,算法失效。

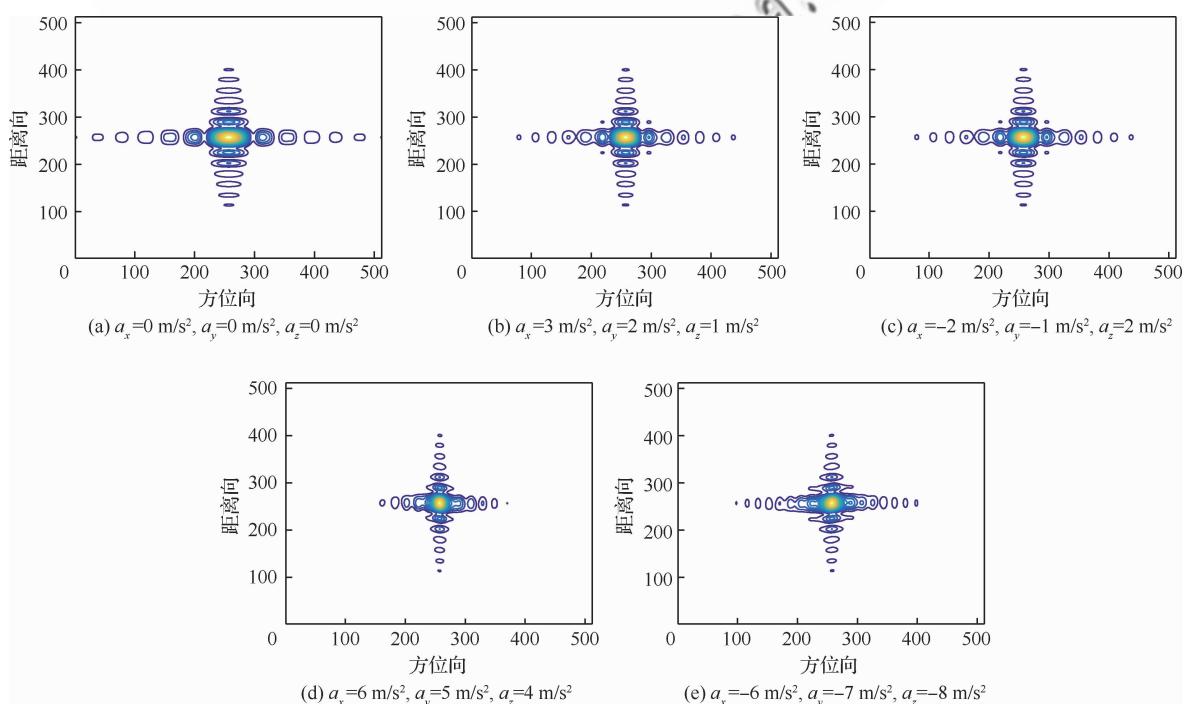
图 11 不同三维加速度下中心点 P_0 的等高线图

Fig. 11 Contour map of scene center point P_0 under different three-dimensional acceleration

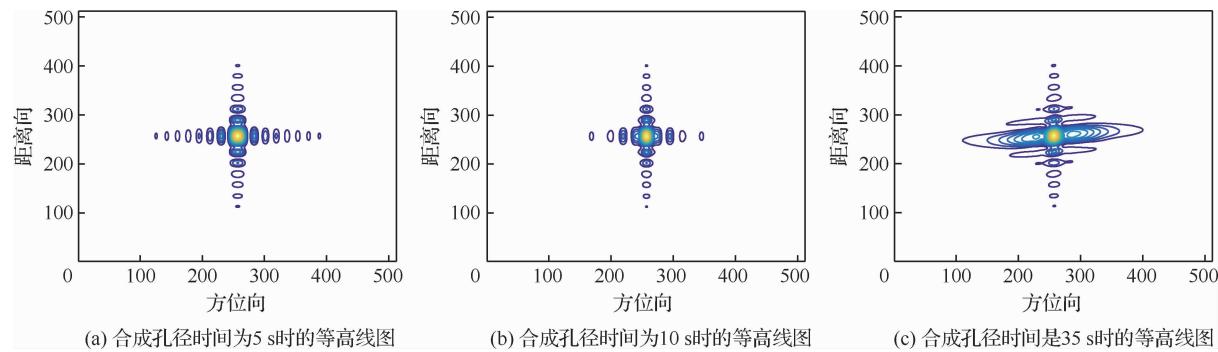


图 12 不同合成孔径时间下的等高线图

Fig. 12 Contour map of different synthetic aperture time

4 结 论

随着日益复杂的外界环境和多样化的应用需求,曲线运动轨迹 SAR 成像的研究具有特殊的应用价值。曲线运动轨迹 SAR 克服了机载直线 SAR 系统因成像特性的限制而存在的前视盲区,能灵活地选择成像区域。但复杂的距离历程给成像处理带来了困难,针对三维加速度的影响,提出了一种基于 Chebyshev 多项式的等效双曲斜距模型及该斜距模型对应的 CS 成像算法,并给出了三维加速度的边界值和最大合成孔径时间。通过运动方程得到 SAR 载体和目标之间的斜距表达式,并进行 Chebyshev 近似,推导了与传统 SAR 类似的等效斜距模型。然后,在考虑载体三维运动参数的基础上,引入 CS 成像算法消除距离徙动的空间变化性。仿真实验表明,该算法提高了大合成孔径时间下场景点目标的成像质量。

参 考 文 献

- [1] CUMMING I G, WONG F K. Digital processing of synthetic aperture radar data algorithms and implementation [M]. Norwood: Artech House, 2005: 625-670.
- [2] SUN Z C, WU J J, LI Z Y, et al. Highly squint SAR data focusing based on keystone transform and azimuth extended nonlinear chirp scaling[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letter, 2015, 12(1): 145-149.
- [3] LIANG Y, LI Z Y, ZENG L T, et al. A high-order phase correction approach for focusing HS-SAR small-aperture data of high-speed moving platforms[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2015, 8(9): 4551-4561.
- [4] LIU Y, XING M D, SUN G C, et al. Echo model analyses and imaging algorithm for high-resolution SAR on highspeed platform[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50(3): 933-950.
- [5] ZHANG L, QIAO Z J, XING M D, et al. A robust motion compensation approach for UAV SAR imagery[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50(8): 3202-3218.
- [6] CHEN S, YUAN Y, ZHANG S N, et al. A new imaging algorithm for forward-looking missile-borne bistatic SAR [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2016, 9 (4): 1543-1552.
- [7] TANG S Y, ZHANG L R, GUO P, et al. Processing of monostatic SAR data with general configurations [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2015, 53(12): 6529-6546.
- [8] HU C, LIU Z P, LONG T. An improved CS algorithm based on the curved trajectory in geosynchronous SAR [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2012, 5(3): 795-808.
- [9] TANG S Y, LIN C H, ZHOU Y, et al. Processing of long integration time spaceborne SAR data with curved orbit [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2018, 56(2): 888-904.
- [10] LIU J B, QIU X L, HUANG L J, et al. Curved path SAR geolocation error analysis based on BP algorithm[J]. IEEE Access, 2019, 7: 20337-20345.
- [11] AN H Y, WU J J, SUN Z C, et al. A two-step nonlinear chirp scaling method for multichannel GEO spaceborne airborne bistatic SAR spectrum reconstructing and focusing[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2019: 57(6): 3713-3728.
- [12] BAO M, XING M D, LI Y C, et al. Two-dimensional spectrum for MEO SAR processing using a modified advanced hyperbolic range equation[J]. Electronics Letters, 2011, 47(18): 1043-1045.
- [13] LI Z Y, LIANG Y, XING M D, et al. An improved range

- model and Omega-K-based imaging algorithm for high-squint SAR with curved trajectory and Constant acceleration[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2016, 13(5): 656-660.
- [14] WANG P B, LIU W, CHRN J, et al. A high-order imaging algorithm for high-resolution spaceborne SAR based on a modified equivalent squint range model[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2015, 53(3): 1225-1235.
- [15] DONG Q, SUN G C, YANG Z M, et al. Cartesian factorized back projection algorithm for high-resolution spotlight SAR imaging[J]. IEEE Sensors Journal, 2018, 18(3): 1160-1168.
- [16] LIANG M, SU W M, GU H. Focusing high-resolution high forward-looking bistatic SAR with nonequal platform velocities based on keystone transform and modified nonlinear chirp scaling algorithm[J]. IEEE Sensors Journal, 2019, 19(3): 901-908.
- [17] HU B, JIANG Y C, ZHANG S S, et al. Focusing of geo-synchronous SAR with nonlinear chirp scaling algorithm[J]. Electronics Letters, 2015, 51(15): 1195-1197.
- [18] WU J J, AN H Y, ZHANG Q H, et al. Two-dimensional frequency decoupling method for curved trajectory synthetic aperture radar imaging[J]. IET Radar, Sonar and Navigation, 2018, 12(7): 766-773.
- [19] LIAO Y, ZHOU S, YANG L. Focusing of SAR with curved trajectory based on improved hyperbolic range equation[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2018, 15(3): 454-458.
- [20] 包敏, 周鹏, 保铮, 等. 地球同步轨道 SAR 曲线轨迹模型下的改进 CS 成像算法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(11): 2686-2693.
- [21] BAO M, ZHOU P, BAO Z, et al. Improved CS imaging algorithm based on SAR curve trajectory model in geostationary orbit[J]. Journal of Electronic & Information Technology, 2011, 33(11): 2686-2693 (in Chinese).
- [22] FAN W N, ZHANG M, LI J X, et al. Modified range doppler algorithm for high squint SAR echo processing[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2019, 16(3): 422-426.
- [23] 李相平, 陈麒, 祝明波, 等. 一种基于改进 WLBF 频谱的异构双基地前视 SAR 成像算法[J]. 航空学报, 2018, 39(8): 321886.
- [24] LI X P, CHEN Q, ZHU M B, et al. An imaging algorithm for heterogeneous forward-looking SAR based on modified WLBF spectrum[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2018, 39(8): 321886 (in Chinese).

(责任编辑: 李丹)

Chirp Scaling algorithm based on Chebyshev orthogonal decomposition for curve trajectory SAR

MENG Tingting, TAN Gewei*, LI Menghui, YANG Jingjing, LI Biao, XU Xiyi

College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China

Abstract: Conventional slant range models has difficulty in accurately describing the motion characteristics of the Synthetic Aperture Radar (SAR) with three-dimensional velocity and acceleration, and the curve trajectory increases the range-walk phenomenon and the high-order terms of azimuth time in the slant range equation, further complicating the two-dimensional coupling of the echo signal. Therefore, this paper proposes an improved Chirp Scaling algorithm to solve the imaging problem of the curvilinear trajectory SAR which moves with the three-dimensional velocity and acceleration. The slant range expression for the curvilinear trajectory SAR is firstly established based on the motion equation, followed by the obtainment of the slant range model in the form of equivalent hyperbolic equation based on the Chebyshev approximation of the slant range equation. The range cell migration function with spatial variability and the chirp scaling factor are finally derived, on the basis of which an improved Chirp Scaling algorithm is proposed. Simulation results confirm the effectiveness of the extended equivalent slant range model and the Chirp Scaling algorithm for large synthetic aperture time, and provide the boundary value of 3D acceleration.

Keywords: curve trajectory; Chebyshev orthogonal decomposition; equivalent slant range; spatial variability; range cell migration; modified Chirp Scaling algorithm

Received: 2019-12-18; **Revised:** 2020-01-19; **Accepted:** 2020-03-30; **Published online:** 2020-04-13 10:34

URL: <http://hkxb.buaa.edu.cn/CN/html/20200726.html>

Foundation items: Subsidized Project for Postgraduates' Innovative Fund in Scientific Research of Huaqiao University (17014082025), Scientific Research Project Supported by Huaqiao University Fund (10BS312)

* **Corresponding author.** E-mail: tangewei70@163.com