

引用格式：刘帅琦，王布宏，李夏，等. 二维嵌套混合 MIMO 相控阵雷达接收阵列设计[J]. 航空学报，2018, 39(4): 321546. LIU S Q, WANG B H, LI X, et al. Design of receiving array of two-dimensional nested hybrid MIMO phased-array radar[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2018, 39(4): 321546 (in Chinese). doi: 10.7527/S1000-6893.2017.21546

二维嵌套混合 MIMO 相控阵雷达接收阵列设计

刘帅琦^{1,2}, 王布宏^{1,*}, 李夏¹, 刘新波¹, 曹帅³

1. 空军工程大学 信息与导航学院, 西安 710077
2. 中国人民解放军 93995 部队, 西安 710306
3. 中国人民解放军 93801 部队, 咸阳 712200

摘要：针对二维混合多输入多输出(MIMO)相控阵雷达发射阵列子阵分割带来的自由度损失问题,提出一种基于二维嵌套阵列的二维混合 MIMO 相控阵雷达接收阵列设计新方法。首先,给出一种由稀疏阵列和密集阵列构成的嵌套阵接收阵列的二维混合 MIMO 相控阵雷达信号模型;其次,通过对接收信号的协方差矩阵进行 Khatri-Rao 乘积处理,得到阵元位置差的差异阵列,形成接收阵元数目的虚拟扩展;最后,通过空间平滑处理进行波达方向估计。仿真实验表明,与传统二维混合 MIMO 相控阵雷达相比,所提方法在不增加实际阵元数目的情况下可以有效扩展虚拟阵元数目,提高雷达阵列自由度,进而提高二维混合 MIMO 相控阵雷达波达方向估计精度。

关键词：二维混合 MIMO 相控阵雷达; 二维嵌套阵列; 差异阵列; 自由度(DOF); 波达方向估计

中图分类号: V243.2; TN820 文献标识码: A 文章编号: 1000-6893(2018)04-321546-09

混合多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)相控阵雷达^[1-5]近几年引起国内外广泛关注,通过在传统相干 MIMO 雷达^[6-7]的发射阵列基础上进行合理子阵分割,形成的子阵间发射相互正交信号,子阵内发射相干信号,兼具 MIMO 雷达^[8]波形分集增益和相控阵雷达^[9-10]传输相干增益优势的工作模式灵活多变的新型雷达系统^[11]。相较于传统 MIMO 雷达,子阵分割带来的传输相干增益,提高了混合 MIMO 相控阵雷达接收端信噪比,进而提高了雷达系统波达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计性能^[12]。

然而发射端子阵分割带来一系列优势的同时,却减少了混合 MIMO 相控阵雷达所能形成的虚拟阵元数目。当发射阵元个数为 M ,接收阵元个数为 N ,子阵分割数为 $K(K \leq M)$ 时,MIMO 雷

达可以形成 MN 个虚拟阵元,而混合 MIMO 相控阵雷达只能形成 KN 个虚拟阵元,这种虚拟阵元数目的损失会直接造成部分雷达阵列自由度的损失。而自由度大小是影响雷达系统所能探测目标数目的关键因素,也是评价雷达性能的一项重要指标。相较于 MIMO 雷达,子阵分割带来的自由度损失在一定程度上制约了混合 MIMO 相控阵雷达可辨识目标数目、抗干扰能力,进而对雷达系统的整体性能造成影响。因而如何在保留二维混合 MIMO 相控阵雷达优势的基础上,通过某种措施弥补自由度损失,进一步提高二维混合 MIMO 相控阵雷达性能是目前亟待解决的关键问题之一。

目前学术界就如何增加阵列自由度已有大量的相关研究,文献[13]采用的最小冗余阵列可以

收稿日期: 2017-06-22; 退修日期: 2017-10-09; 录用日期: 2017-11-19; 网络出版时间: 2018-01-31 13:19

网络出版地址: <http://hkxb.buaa.edu.cn/CN/html/20180415.html>

基金项目: 国家自然科学基金(61671465)

* 通信作者. E-mail: wbhy1@aliyun.com

利用较少的物理阵元形成较大的虚拟阵元数目以增加阵列自由度,然而采用穷举搜索法优化得到阵元位置所带来的高计算复杂度不利于实际应用。文献[14]提出的互质阵列可以利用 $M+N$ 个阵元形成 $O(MN)$ 个自由度,但互质阵列稀疏排列带来的相位模糊对 DOA 估计精度产生了较大影响。文献[15]提出的嵌套阵可以在阵元总数给定的情况下,产生阵元位置相对确定的虚拟阵元数目扩展,获得较大的自由度,便于工程实现。基于此,文献[16]将二级嵌套阵列应用在一维阵列的 DOA 估计中,利用 N 个阵元形成了 N^2 个自由度,取得了较好的研究成果。文献[17]针对 MIMO 雷达,利用近乎一半的阵元构造嵌套阵恢复了全阵元的自由度。虽然文献[13-17]的研究成果显著,但均只是针对一维阵列进行研究,对于二维阵列这种实用性更广的阵列没有进行考虑。

文献[18]利用互相平行的两行一维嵌套阵列构造二维阵列形式,提高了二维 DOA 估计精度,但局限在于只是线阵的简单叠加,对阵元数目较大的阵列没有提出较好的设计方案。而文献[19]提出的二维嵌套阵列利用稀疏阵列和密集阵列构成的自由度扩展为研究二维阵列提供了新思路,且文献[20]已经将二维嵌套阵列成功应用于 DOA 估计中,并取得了较好的研究成果。基于以上分析,本文将二维嵌套阵列引入二维混合 MIMO 相控阵雷达接收阵列的设计中,以增加二维混合 MIMO 相控阵雷达阵列自由度,提高 DOA 估计性能。本文的主要工作有:给出一种由稀疏阵列和密集阵列构成的实际接收阵列模型,在此基础上结合二维混合 MIMO 相控阵雷达信号模型,对接收信号的协方差矩阵进行 Khatri-Rao 乘积处理并进行详尽分析,得到阵元数目虚拟扩展的差异阵列,最后通过空间平滑处理,进行 DOA 估计验证本文所提方法的有效性。

1 二维嵌套阵列模型

一个典型的二维嵌套阵列模型如图 1 所示,从图中可以看到,二维嵌套阵列是由密集阵列和稀疏阵列构成的,用 2×2 的矩阵 \mathbf{N}^d 和 \mathbf{N}^s 分别描述密集阵列和稀疏阵列中的阵元间距,二者满足:

$\mathbf{N}^s = \mathbf{P}\mathbf{N}^d$, 其中 $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$ 为 2×2 的整数矩阵。密集阵列中阵元数目为 $N_d = \det(\mathbf{P})$, 阵元位置为 $\mathbf{N}^d \mathbf{n}^d$, 其中 $\mathbf{n}^d = [m \ n]^T$ 为整数向量, 满足: $-\frac{\lambda_1 - 1}{2} \leq m \leq \frac{\lambda_1 - 1}{2}$, $-\lambda_2 + 1 \leq n \leq 0$ 。

稀疏阵列中阵元数目为

$$N_s = (2N_{s1} + 1)N_{s2} - 1$$

式中: N_{s1} 和 N_{s2} 为任意选定的整数, 阵元位置为 $\mathbf{N}^s \mathbf{n}^s$, 其中 $\mathbf{n}^s = [a \ b]^T$ 为整数向量, 满足: $-N_{s1} \leq a \leq N_{s1}$, $0 \leq b \leq N_{s2} - 1$ 且 $[a \ b]^T \neq \mathbf{0}$ 。

对如图 1 所示的二维嵌套阵列中任意两个阵元位置进行做差处理,并将得到的位置差作为新阵元位置,这样得到的新阵列较原阵列拥有更多的阵元数目,本文将其定义为差异阵列,此时阵元位置可以描述为 $\{\pm(\mathbf{N}^s \mathbf{n}^s - \mathbf{N}^d \mathbf{n}^d), \mathbf{N}^d \mathbf{n}^d - \mathbf{N}^d \mathbf{n}^d, \mathbf{N}^s \mathbf{n}^s - \mathbf{N}^s \mathbf{n}^s\}$ 。

实际上,差异阵列是二维嵌套阵列阵元数目虚拟扩展的本质,而为了对差异阵列进行 DOA 估计,需要选取差异阵列中阵元连续排列的一部分作为最终的等效阵列,经过分析,阵元位置可以描述为 $\{\pm(\mathbf{N}^s \mathbf{n}^s - \mathbf{N}^d \mathbf{n}^d), \mathbf{N}^d \mathbf{n}^d - \mathbf{N}^d \mathbf{n}^d\}$, 去掉其中的冗余阵元最终得到的差异阵列所含阵元个数为 $F \times L$, 其中 $F = (2N_{s1} + 1)\lambda_1$, $L = 2N_{s2}\lambda_2 - 1$, 如图 2 所示。从图 1 和图 2 可以看到,通过对特殊排列的二维嵌套阵列中任意两个阵元位置进行做差处理可以得到比实际阵元数目更多的虚拟阵列,而如果在实际应用中构造出这种差异阵列,就可以使得阵元数目得到虚拟扩展。

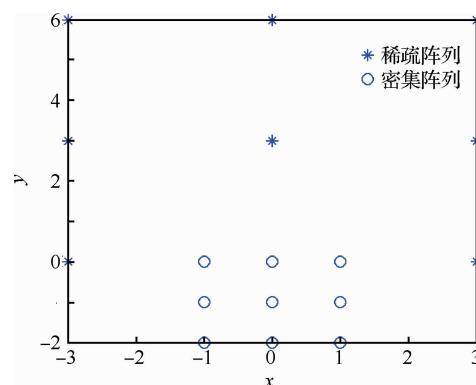


图 1 二维嵌套阵列模型
Fig. 1 Model of 2D nested array

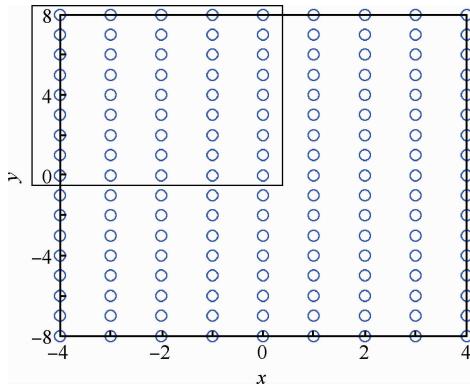


图 2 差异阵列

Fig. 2 Difference array

2 二维混合 MIMO 相控阵雷达信号模型

一个典型的二维混合 MIMO 相控阵雷达是在收发阵列共址的 MIMO 雷达基础上, 对发射阵列进行合理的子阵划分形成的, 假设目标为远场目标, 发射端阵元数目为 $M \times N$, 相邻阵元间隔为半波长, 子阵分割数目为 K , 且 $K \leq MN$, K 个子阵中阵元的发射信号集可以表示为 $\varphi(t) = [\varphi_1(t) \quad \varphi_2(t) \quad \cdots \quad \varphi_K(t)]^T$, 其中子阵间信号满足两两正交。用 $M \times N$ 维由 0、1 两种元素构成的矩阵 Z_k 来表示第 k 个子阵包含的阵元位置, 0 表示阵元不在该子阵内, 1 则表示属于该子阵。因此, 第 k 个子阵的发射导向矢量可以表示为

$$\mathbf{a}_k(\theta, \phi) = \text{vec}[\mathbf{Z}_k \odot [\boldsymbol{\mu}(\theta, \phi) \mathbf{v}^T(\theta, \phi)]]$$

$$k = 1, 2, \dots, K \quad (1)$$

式中: θ 和 ϕ 分别为俯仰角和方位角; $\text{vec}[\cdot]$ 为矩阵矢量化处理; \odot 为 Hadamard 乘积;

$$\boldsymbol{\mu}(\theta, \phi) = [1 \quad e^{j2\pi d_m \sin\theta \cos\phi} \quad \cdots \quad e^{j2\pi(M_t-1)d_m \sin\theta \cos\phi}]^T$$

$$\mathbf{v}(\theta, \phi) = [1 \quad e^{j2\pi d_n \sin\theta \sin\phi} \quad \cdots \quad e^{j2\pi(N_t-1)d_n \sin\theta \sin\phi}]^T \quad (2)$$

其中: d_m 和 d_n 分别为相邻行相邻列的阵元间距; M_t 和 N_t 分别为发射阵每行和每列的阵元数。

用 w_k 表示第 k 个子阵的发射权值矩阵, 因此第 k 个子阵的发射波束就可以表示为 $s_k(t) = \sqrt{MN/K} w_k \varphi_k(t)$ 。发射信号经过目标反射之后得到的信号为

$$r(t, \theta, \phi) = \sqrt{MN/K} \beta \sum_{k=1}^K w_k^H \mathbf{a}_k(\theta, \phi) e^{-j\tau_k(\theta, \phi)} \varphi_k(t) \quad (3)$$

式中: β 为目标反射系数; $\tau_k(\theta, \phi)$ 为信号从第 k 个

子阵的第 1 个单元到发射阵列第 1 个单元所需的时间差。假设接收阵列导向矢量为 $\mathbf{b}(\theta, \phi)$, 那么此时雷达接收端接收到的信号为

$$\mathbf{x}(t) = r(t, \theta, \phi) \mathbf{b}(\theta, \phi) + \mathbf{n}(t) \quad (4)$$

式中: $\mathbf{n}(t)$ 为零均值的高斯白噪声矩阵。对接收信号进行匹配滤波之后得到的接收数据矩阵为

$$\mathbf{y} = \int_{T_0} \mathbf{x}(t) \varphi_k^*(t) dt = \sqrt{MN/K} \beta \mathbf{u}(\theta, \phi) + \hat{\mathbf{n}} \quad (5)$$

式中: T_0 为一个雷达脉冲时间; $\hat{\mathbf{n}} = \int_{T_0} \mathbf{n}(t) \varphi_k^*(t) dt$ 为自相关矩阵 $\mathbf{R}_n = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{KM_r N_r}$ (σ_n^2 为噪声方差) 的噪声矩阵, M_r 和 N_r 分别为接收阵列每行每列的阵元数, 同时, 定义 $\mathbf{u}(\theta, \phi) = [\mathbf{c}(\theta, \phi) \odot \mathbf{d}(\theta, \phi)] \otimes \mathbf{b}(\theta, \phi)$ 为混合 MIMO 相控阵雷达的虚拟导向矢量, \otimes 为 Kronecker 积, 其中:

$$\begin{cases} \mathbf{c}(\theta, \phi) = \\ [\mathbf{w}_1^H \mathbf{a}_1(\theta, \phi) \quad \mathbf{w}_2^H \mathbf{a}_2(\theta, \phi) \quad \cdots \quad \mathbf{w}_K^H \mathbf{a}_K(\theta, \phi)]^T \\ \mathbf{d}(\theta, \phi) = [e^{-j\tau_1(\theta, \phi)} \quad e^{-j\tau_2(\theta, \phi)} \quad \cdots \quad e^{-j\tau_K(\theta, \phi)}]^T \end{cases} \quad (6)$$

3 基于二维嵌套阵列的接收信号处理

与传统阵列不同的是, 收发阵列形成的虚拟阵列结构的阵元数目扩展是相干 MIMO 雷达自由度较多的本质, 因而混合 MIMO 相控阵雷达发射子阵分割带来的虚拟阵元数目减少, 是其自有度损失的根本原因。因此, 弥补自有度损失的关键应从增加虚拟阵元数目出发。基于以上分析, 本文着手于在虚拟阵列中引入嵌套阵, 构造与之对应差异阵列, 形成阵元数目的虚拟扩展, 提高阵列自由度。

将由稀疏阵列和密集阵列构成的总阵元数目为 $N_s + N_d$ 的二维嵌套阵列作为接收阵列, 这里假设空间有 D 个远场目标, 则接收信号进过匹配滤波之后得到的信号矩阵可以表示为

$$\mathbf{y} = \sum_{d=1}^D \sqrt{MN/K} \beta_d \mathbf{u}(\theta_d, \phi_d) + \hat{\mathbf{n}} \quad (7)$$

对式(7)两边同时乘以 $\sqrt{K/MN}$ 得到

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y} \sqrt{K/MN} = \sum_{d=1}^D \beta_d \mathbf{u}(\theta_d, \phi_d) + \sqrt{\frac{K}{MN}} \hat{\mathbf{n}} = \mathbf{U}\boldsymbol{\beta} + \sqrt{\frac{K}{MN}} \hat{\mathbf{n}} \quad (8)$$

式中: $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1(\theta_1, \phi_1) \quad \beta_2(\theta_2, \phi_2) \quad \cdots \quad \beta_D(\theta_D, \phi_D)]^T$

为目标反射系数向量; $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_D]$ 为面对 D 个目标的虚拟导向矢量形成的流形矩阵。则接收数据矩阵的协方差矩阵可以表示为

$$\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}\bar{\mathbf{y}}} = E[\bar{\mathbf{y}}\bar{\mathbf{y}}^H] =$$

$$\begin{aligned} E[(\mathbf{U}\beta + \sqrt{K/MN}\hat{\mathbf{n}})(\mathbf{U}\beta + \sqrt{K/MN}\hat{\mathbf{n}})^H] &= \\ E[(\mathbf{U}\beta + \sqrt{K/MN}\hat{\mathbf{n}})(\mathbf{p}^H\mathbf{U}^H + \sqrt{K/MN}\hat{\mathbf{n}}^H)] &= \\ \mathbf{U} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_D^2 \end{bmatrix} \mathbf{U}^H + K/MN\sigma_n^2 \mathbf{I} & \quad (9) \end{aligned}$$

式中: $\sigma_i^2 (i = 1, 2, \dots, D)$ 为目标的功率; \mathbf{I} 为单位矩阵。

将式(9)中的协方差矩阵按列展开为

$$\hat{\mathbf{y}} = \text{vec}(\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}\bar{\mathbf{y}}}) =$$

$$\begin{aligned} \text{vec} \left[\sum_{d=1}^D \sigma_d^2 \mathbf{u}(\theta_d, \phi_d) \mathbf{u}(\theta_d, \phi_d)^H \right] + \\ \sqrt{K/MN} \sigma_n^2 \mathbf{1}_n = (\mathbf{U}^* \oplus \mathbf{U}) \mathbf{p} + \sqrt{K/MN} \sigma_n^2 \mathbf{1}_n \end{aligned} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{p} = [\sigma_1^2 \quad \sigma_2^2 \quad \cdots \quad \sigma_D^2]^T$ 为 D 个目标的功率集合; $\mathbf{1}_n = [\mathbf{e}_1^T \quad \mathbf{e}_2^T \quad \cdots \quad \mathbf{e}_{K(N_s+N_d)}^T]^T$, \mathbf{e}_i 为第 i 个元素是 1, 其他元素都为 0 的 $K(N_s+N_d) \times 1$ 维列向量; \oplus 代表 Khatri-Rao 乘积。

式(10)可以看做一个新的信号模型, 其中 $\mathbf{C} = \mathbf{U}^* \oplus \mathbf{U}$ 可以看做新的阵列流形, \mathbf{p} 为信号矩阵。下面着重讨论如何在接收信号中构造出阵元位置差的形式, 进而形成差异阵列。定义面向 D 个目标的二维嵌套阵列流形矩阵为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_s \\ \mathbf{A}_d \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{s1} \\ \mathbf{A}_{d1} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{s2} \\ \mathbf{A}_{d2} \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{sD} \\ \mathbf{A}_{dD} \end{bmatrix} \right\} \quad (11)$$

式中: \mathbf{A}_{sk} 为 $N_s \times 1$ 维稀疏阵列流形矩阵; $\mathbf{A}_{dk} (k = 1, 2, \dots, D)$ 为 $N_d \times 1$ 维密集阵列流形矩阵, 且其中元素分别为

$$[\mathbf{A}_{sk}]_i = e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_k^T \mathbf{N}^s \mathbf{n}_i^s} \quad i = 1, 2, \dots, N_{\text{sparse}} \quad (12)$$

$$[\mathbf{A}_{dk}]_j = e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_k^T \mathbf{N}^d \mathbf{n}_j^d} \quad j = 1, 2, \dots, N_{\text{dense}} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{u}_k = \sin \phi_k [\cos \theta_k \quad \sin \theta_k]^T$ 。为简化计算, 假设发射权值矩阵采用传统权值为

$$\mathbf{w}_k = \frac{\mathbf{a}_k(\theta_k, \phi_k)}{\|\mathbf{a}_k(\theta_k, \phi_k)\|} \quad (14)$$

将其代入 $\mathbf{c}(\theta_k, \phi_k)$, 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{c}(\theta_k, \phi_k) &= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^H \mathbf{a}_1(\theta_k, \phi_k) \\ \mathbf{w}_2^H \mathbf{a}_2(\theta_k, \phi_k) \\ \vdots \\ \mathbf{w}_K^H \mathbf{a}_K(\theta_k, \phi_k) \end{bmatrix} = \\ \frac{\mathbf{a}_1^H(\theta_k, \phi_k) \mathbf{a}_1(\theta_k, \phi_k)}{\|\mathbf{a}_1(\theta_k, \phi_k)\|} &= \begin{bmatrix} \sqrt{MN - K + 1} \\ \sqrt{MN - K + 1} \\ \vdots \\ \sqrt{MN - K + 1} \end{bmatrix} \\ \frac{\mathbf{a}_2^H(\theta_k, \phi_k) \mathbf{a}_2(\theta_k, \phi_k)}{\|\mathbf{a}_2(\theta_k, \phi_k)\|} \\ \vdots \\ \frac{\mathbf{a}_K^H(\theta_k, \phi_k) \mathbf{a}_K(\theta_k, \phi_k)}{\|\mathbf{a}_K(\theta_k, \phi_k)\|} \end{aligned} \quad (15)$$

用二维矩阵 $\mathbf{N}_k (k = 1, 2, \dots, K)$, 表示每个子阵第 1 个阵元的位置, 则

$$\mathbf{d}(\theta, \phi) = [e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_k^T \mathbf{N}_1} \quad e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_k^T \mathbf{N}_2} \quad \dots \quad e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_k^T \mathbf{N}_K}]^T \quad (16)$$

进而 $K(N_s + N_d) \times 1$ 维虚拟导向矢量就可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\theta_k, \phi_k) &= \begin{bmatrix} \sqrt{MN - K + 1} \\ \sqrt{MN - K + 1} \\ \vdots \\ \sqrt{MN - K + 1} \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_k^T \mathbf{N}_1} \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_k^T \mathbf{N}_2} \\ \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_k^T \mathbf{N}_K} \end{bmatrix} \otimes \\ \mathbf{b}(\theta_k, \phi_k) &= \sqrt{MN - K + 1} \begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_k^T \mathbf{N}_1} \mathbf{b}(\theta_k, \phi_k) \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_k^T \mathbf{N}_2} \mathbf{b}(\theta_k, \phi_k) \\ \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_k^T \mathbf{N}_K} \mathbf{b}(\theta_k, \phi_k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

进而可以得到

$$\mathbf{u}^*(\theta_k, \phi_k) \otimes \mathbf{u}(\theta_k, \phi_k) =$$

$$\begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_k^T (\mathbf{N}_1 + \mathbf{N}^s \mathbf{n}_1^s - \mathbf{N}_1 - \mathbf{N}^s \mathbf{n}_1^s)} \\ \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_k^T (\mathbf{N}_K + \mathbf{N}^d \mathbf{n}_d^d - \mathbf{N}_1 - \mathbf{N}^s \mathbf{n}_1^s)} \\ \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_k^T (\mathbf{N}_1 + \mathbf{N}^s \mathbf{n}_1^s - \mathbf{N}_K - \mathbf{N}^d \mathbf{n}_d^d)} \\ \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_k^T (\mathbf{N}_K + \mathbf{N}^d \mathbf{n}_d^d - \mathbf{N}_K - \mathbf{N}^d \mathbf{n}_d^d)} \end{bmatrix} \quad (18)$$

按照 Khatri-Rao 积定义, 假设矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 均为分

块矩阵,那么矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 的 Khatri-Rao 积定义为 $\mathbf{A} \oplus \mathbf{B} = (\mathbf{A}_{ij} \otimes \mathbf{B}_{ij})_{ij}$, 即矩阵对应位置的分块矩阵之间进行克罗内克乘积,则矩阵 $\mathbf{C} = \mathbf{U}^* \oplus \mathbf{U} =$

$[\mathbf{u}_1^* \otimes \mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2^* \otimes \mathbf{u}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_D^* \otimes \mathbf{u}_D]$ 就可以展开表示为

$$\mathbf{C} = (MN - K + 1) \times$$

$$\left[\begin{array}{cccccc} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{u}_1^T(\mathbf{N}_1+N^s\mathbf{n}_1^s-\mathbf{N}_1-N^s\mathbf{n}_1^s)} & \cdots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{u}_k^T(\mathbf{N}_1+N^s\mathbf{n}_1^s-\mathbf{N}_1-N^s\mathbf{n}_1^s)} & \cdots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{u}_D^T(\mathbf{N}_1+N^s\mathbf{n}_1^s-\mathbf{N}_1-N^s\mathbf{n}_1^s)} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{u}_1^T(\mathbf{N}_K+N^d\mathbf{n}_{N_d}^d-\mathbf{N}_1-N^s\mathbf{n}_1^s)} & \cdots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{u}_k^T(\mathbf{N}_K+N^d\mathbf{n}_{N_d}^d-\mathbf{N}_1-N^s\mathbf{n}_1^s)} & \cdots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{u}_D^T(\mathbf{N}_K+N^d\mathbf{n}_{N_d}^d-\mathbf{N}_1-N^s\mathbf{n}_1^s)} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{u}_1^T(\mathbf{N}_1+N^s\mathbf{n}_1^s-\mathbf{N}_K-N^d\mathbf{n}_{N_d}^d)} & \cdots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{u}_k^T(\mathbf{N}_1+N^s\mathbf{n}_1^s-\mathbf{N}_K-N^d\mathbf{n}_{N_d}^d)} & \cdots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{u}_D^T(\mathbf{N}_1+N^s\mathbf{n}_1^s-\mathbf{N}_K-N^d\mathbf{n}_{N_d}^d)} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{u}_1^T(\mathbf{N}_K+N^d\mathbf{n}_{N_d}^d-\mathbf{N}_K-N^d\mathbf{n}_{N_d}^d)} & \cdots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{u}_k^T(\mathbf{N}_K+N^d\mathbf{n}_{N_d}^d-\mathbf{N}_K-N^d\mathbf{n}_{N_d}^d)} & \cdots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{u}_D^T(\mathbf{N}_K+N^d\mathbf{n}_{N_d}^d-\mathbf{N}_K-N^d\mathbf{n}_{N_d}^d)} \end{array} \right] \quad (19)$$

可以看到,通过 Khatri-Rao 乘积处理,形成了 $K^2(N_s + N_d)^2 \times D$ 维新的流形矩阵 \mathbf{C} , 并且在矩阵 \mathbf{C} 中构造出了阵元位置差,由此可以形成差异阵列,初步实现了阵元数目的虚拟扩展。经过仿真验证,这些行向量中存在大量的冗余元素,且形成的差异阵列阵元排列部分不连续,不能直接对其进行 DOA 估计,需要选取差异阵列中连续的一部分,并进行去冗余操作,最终形成的虚拟阵列包含阵元 $2(2N_{s1} + 1)N_{s2}\lambda_1\lambda_2 - (2N_{s1} + 1)\lambda_1$ 个,定义矩阵 $\mathbf{C}^\#$ 为由去冗余后形成的差异阵列构成的 $[2(2N_{s1} + 1)N_{s2}\lambda_1\lambda_2 - (2N_{s1} + 1)\lambda_1] \times D$ 维虚拟接收导向矢量矩阵,式(8)就变成了

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C}^\# \mathbf{p} + (K/MN)\sigma_n^2 \tilde{\mathbf{e}} \quad (20)$$

式中: $\tilde{\mathbf{e}}$ 为矩阵 $\mathbf{1}_n$ 去除冗余阵元对应位置而形成的特定矩阵。基于以上分析,可以看到式(8)中信号矩阵 $\tilde{\mathbf{y}}$ 维度为 $K(N_s + N_d) \times D$, 而式(20)中的信号矩阵 $\hat{\mathbf{y}}$ 维度则变成了 $K(O(N_s N_d)) \times D$, 经过对比,接收信号在经过 Khatri-Rao 乘积处理后,可以形成虚拟接收阵元数目 $O(N_s N_d)$ 的扩展,远远超过了实际阵元数目。

式(20)中矩阵 $\mathbf{C}^\#$ 可以看做经过处理之后的流形矩阵, \mathbf{p} 可以看做 D 个相关目标的信号矩阵,而 $(K/MN)\sigma_n^2 \tilde{\mathbf{e}}$ 替代了原有的噪声矩阵。虽然利用差异阵列实现了虚拟阵元数目的扩展,但由于新的信号 $\hat{\mathbf{y}}$ 中矩阵 \mathbf{p} 秩为 1, 相当于雷达单次快拍数据,使得基于子空间的 DOA 估计算法不能直接使用,因而需要对式(20)进行空间平滑处理以利用虚拟阵元数目扩展提高 DOA 估计精

度。具体做法是将形成的差异阵列分成 $(F+1)(L+1)/4$ 个相互重叠的大小为 $[(F+1)/2] \times [(L+1)/2]$ 子阵列,其中任意两个子阵形状相同,且子阵间只存在固定的相位差,如图 2 中实线框内所示,取该位置子阵的虚拟流行矩阵为 $\mathbf{C}_1^\#$,同时令对式(20)进行空间平滑处理后得到的信号协方差矩阵为

$$\mathbf{R} = \frac{1}{\sqrt{\frac{(F+1)(L+1)}{4}}} (\mathbf{C}_1^\# \mathbf{R}_{ss} \mathbf{C}_1^{\#H} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{\frac{(F+1)(L+1)}{4}}) \quad (21)$$

式中: $\mathbf{R}_{ss} = \mathbf{p}\mathbf{p}^H$ 为目标功率的协方差矩阵,可以看到,经过空间平滑处理的信号协方差矩阵秩不为一,因而可以对其应用 DOA 估计算法进行 DOA 估计,更重要的是仅仅利用 $O(N_s + N_d)$ 个实际物理阵元,形成了 $O(N_s N_d)$ 个虚拟阵元扩展,大大增加了二维混合 MIMO 相控阵雷达的自由度。

4 计算机仿真实验

以文献[21]中均匀重叠分割模式的 5×5 二维混合 MIMO 相控阵雷达为例。其中,各天线为全向发射的发射阵列中 $M=N=5$, 相邻天线单元间隔设为半波长,子阵分割数目 $K=2$, 且每个子阵包括 24 个天线单元。接收阵的二维嵌套列中,相关参数设置为

$$\mathbf{N}^d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{N}^s = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

取 $N_{s1} = 1, N_{s2} = 2$, 则稀疏阵列和密集阵列阵元数分别 $N_s = 8, N_d = 9$, 实际接收阵元总数目为 17, 如图 1 所示。而由此形成的差异阵列中 $F=9, M=17$, 如图 2 所示。经过空间平滑处理后最终应用 DOA 估计的子阵阵元数目为 45, 如图 2 中实线框内所示。实验均为高斯白噪声环境。

4.1 实验 1: 虚拟阵元数目对比

表 1 对比了 MIMO 雷达, 混合 MIMO 相控阵雷达以及混合 MIMO 相控阵嵌套阵雷达, 3 种雷达在发射阵列数相同的情况下采用图 1 接收阵

列最终得到的自由度数目。由于混合 MIMO 相控阵雷达是在 MIMO 雷达基础上对发射阵列进行合理子阵划分形成的, 满足 $K \leq MN$, 因此混合 MIMO 相控阵雷达相较于 MIMO 损失了一定的自由度。而在混合 MIMO 相控阵雷达接收端应用嵌套阵形成差异阵列带来的虚拟阵元扩展可以在一定程度上弥补传统混合 MIMO 相控阵雷达自由度的损失, 在对发射阵列数目 MN , 子阵分割数目 K , 接收端阵元数目 $N_s + N_d$ 进行合理取值后, 嵌套阵混合 MIMO 相控阵雷达在自由度上几乎可以与 MIMO 雷达相等。

表 1 3 种接收阵列与自由度关系表

Table 1 Three receiving array vs degrees of freedom

雷达	发射阵列阵元	子阵分割数	接收阵元	自由度
MIMO 雷达	MN	MN	$N_s + N_d$	$O(MN)O(N_s + N_d)$
传统混合 MIMO 相控阵雷达	MN	K	$N_s + N_d$	$O(K)O(N_s + N_d)$
嵌套阵混合 MIMO 相控阵雷达	MN	K	$N_s + N_d$	$O(K)O(N_s N_d)$

4.2 实验 2: DOA 估计精度对比

为了对比利用二维嵌套阵列形成的虚拟阵元数目扩展对二维混合 MIMO 相控阵雷达 DOA 估计精度的影响, 在发射阵列相同的情况下, 对 3 种不同的接收阵列: 直接采用图 1 的接收阵列, 采用图 1 阵列并进行 Khatri-Rao 乘积处理形成的嵌套阵接收阵列, 与嵌套阵形成的差异阵列相同的 5×9 接收阵列, 分别利用 Unitary ESPRIT 算法进行俯仰角和方位角的联合 DOA 估计。蒙特卡罗仿真次数设为 100。

图 3 和图 4 分别为估计均方误差(RMSE)与信噪比(SNR)和快拍数的关系, 这里假设空间存在 7 个远场目标, $(10i, 10i)$ ($i=1, 2, \dots, 7$)。图 3 中, 信噪比从 -30 dB 以 5 dB 递增到 40 dB, 快拍数为 500, 由图可知, 3 种接收阵列的估计均方根误差均随着信噪比的升高而降低, 其中 17 接收阵元表现最差, 嵌套阵表现中等, 45 接收阵元最优。图 4 中, 信噪比设置为 0 dB, 快拍数从 1 以 10 为间隔递增到 200 。从图中可知 3 种接收阵列在快拍数从 0 增加到 10 时, 估计均方根误差均呈剧烈下降趋势, 快拍数从 10 递增到 200 时, 估计均方根误差呈小范围波动, 趋于不变。其中 45 接收阵元估计精度最高, 其次是嵌套阵, 17 接收阵元精度最低。

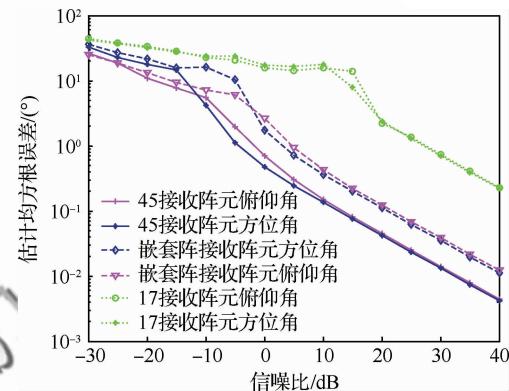


图 3 信噪比和估计均方误差的关系

Fig. 3 Relationship between SNR and estimated RMSE

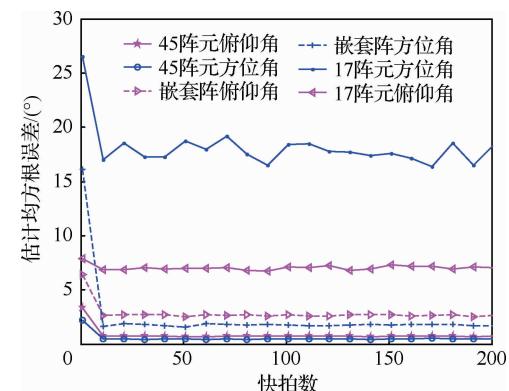


图 4 快拍数与估计均方根误差的关系

Fig. 4 Relationship between snapshots and estimated RMSE

图5为对两个相近目标(10,10)、(11,11)进行DOA估计时,3种不同接收阵列的估计成功率与信噪比变化关系图,信噪比从-30 dB以5 dB递增到40 dB,定义估计成功准则为

$$|\hat{\theta} - \theta| \leq \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}, |\hat{\phi} - \phi| \leq \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}$$

从图5可以看到,在低信噪比时,3种阵列的估计成功率均呈上升趋势,其中45阵元在信噪比-10 dB时成功率已接近1,其次是嵌套阵在-5 dB时接近1,表现最差是17阵元在5 dB时接近1。

总的来说,由于差异阵列形成的虚拟阵元数目扩展,使得嵌套阵混合MIMO相控阵雷达较传统混合MIMO相控阵雷达在对空间相同目标进行DOA估计时显示出了较高的估计精度,而由于差异阵列形成的只是虚拟阵元数目的扩展,实际阵元数目没有增加,因此嵌套阵混合MIMO相控阵雷达在与虚拟阵元数目相同的真实物理阵元对比时,估计精度略有下降。但也验证了在接收阵列中应用嵌套阵可以在一定程度上弥补二维混合MIMO相控阵雷达发射阵列分割带来的自由度损失,提高DOA估计精度。

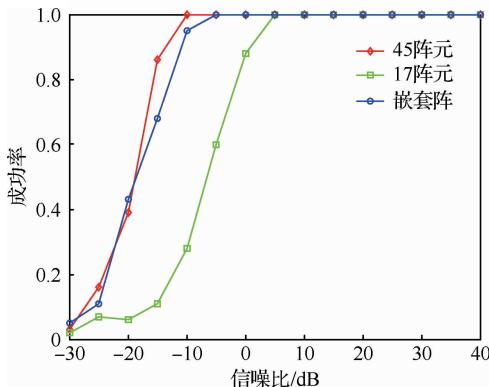


图5 成功率与信噪比的关系

Fig. 5 Relationship between successful probability and SNR

5 结 论

仿真实验表明,本文提出的基于二维嵌套阵的二维混合MIMO相控阵雷达接收阵列设计方法有如下结论:

1) 能够在不增加实际阵元数目的情况下,形

成更大规模的虚拟阵元数目扩展,在一定程度上弥补二维混合MIMO相控阵雷达自由度的损失。

2) 相较于传统混合MIMO相控阵雷达可以在一定程度上提高DOA估计精度。

本文只是提出一种提高自由度的可行性方法,至于是否存在其他更优方案,在下一步工作中将有所体现。

参 考 文 献

- [1] HASSANIEN A, VOROBYOV S A. Phased-MIMO radar: A tradeoff between phased-array and MIMO radars [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2010, 58(6): 3137-3151.
- [2] KHAN W, QURESHI L M, BASIT A, et al. Hybrid phased MIMO radar with unequal subarrays [J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2015, 14: 1702-1705.
- [3] MANNA M L, FUHRMANN D R. Cramer-Rao lower bounds comparison for 2D hybrid-MIMO and MIMO radar [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2017, 11(2): 404-413.
- [4] GHOTBI S, AHMADI M, MOHAMEDPOUR K. Moving target detection under spatially non-homogeneous clutter for airborne phased-MIMO radar[C]//2015 IEEE Radar Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015: 82-86.
- [5] TAHOEULLOH S, HENDRANTORO G. Phased-MIMO radar using Hadamard coded signal[C]//2016 International Conference on Radar, Antenna, Microwave, Electronics, and Telecommunications. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2016: 13-16.
- [6] LI J, STOICA P. MIMO radar with colocated antennas [J]. IEEE Signal Process, 2007, 24(5): 106-114.
- [7] HAGHNEGAHDAR M, LMANI S, GHORASHI S A, et al. SINR enhancement in collocated MIMO radar using transmit covariance matrix optimization[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2017, 24(3): 441-446.
- [8] 徐青, 廖桂生, 张娟, 等. 一种MIMO雷达幅相误差估计方法[J]. 航空学报, 2012, 33(3): 530-536.
- [9] XU Q, LIAO G S, ZHANG J, et al. An estimation method for MIMO radar gain and phased errors[J]. Acta Astronautica et Astronautica Sinica, 2012, 33(3): 530-536 (in Chinese).
- [10] BABUR G, MANOKHIN G O, GELTSER A A, et al. Low-cost digital beamforming on receive in phased array radar[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2017, 53(3): 1355-1364.
- [11] GORJI A, RIDDOLLS R, RAVAN M, et al. Joint wave-

- form optimization and adaptive processing for random phase radar signals[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2015, 51(4): 2627-2640.
- [11] LI H B, HIMED B. Transmit subaperturing for MIMO radars with co-located antennas[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2010, 4(1): 55-65.
- [12] WANG W Q. Phased-MIMO radar with frequency diversity for range-dependent beamforming[J]. IEEE Sensors Journal, 2013, 13(4): 1320-1328.
- [13] KIRSCHNER A, DETLEFSEN J, MEES W. Spatial smoothing for coherent MIMO radar setups with minimum redundancy[C]//2016 German Microwave Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2016: 255-258.
- [14] LI J F, JIANG D F, ZHANG X F. DOA estimation based on combined unitary ESPRIT for coprime MIMO radar [J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(1): 96-99.
- [15] PIYAP, VAIDYANATHAN P P. Nested array: A novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(8): 4167-4181.
- [16] 杨杰, 廖桂生, 李军. 稳健的二级嵌套阵列自适应波束形成算法[J]. 西安电子科技大学学报, 2015, 42(6): 30-36.
- YANG J, LIAO G S, LI J. Robust adaptive beamforming with the two level nested array[J]. Journal of Xidian University, 2015, 42(6): 30-36 (in Chinese).
- [17] 杨杰, 廖桂生. 基于空域稀疏性的嵌套 MIMO 雷达 DOA 估计算法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(11): 2698-2704.
- YANG J, LIAO G S. A spatial sparsity-based DOA estimation method in nested MIMO radar[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(11): 2698-2704 (in Chinese).
- [18] 李建峰, 蒋德富, 沈明威. 基于平行嵌套阵互协方差的二维波达角联合估计算法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(3): 670-676.
- LI J F, JIANG D F, SHEN M W. Joint two-dimensional direction of arrival estimation based on cross covariance matrix of parallel nested array[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2017, 39(3): 670-676 (in Chinese).
- [19] PIYAP, VAIDYANATHAN P P. Nested arrays in two dimensions, Part I : Geometrical considerations [J]. IEEE Transactions on Signal processing , 2012, 60(9): 4694-4705.
- [20] PIYAP, VAIDYANATHAN P P. Nested arrays in two dimensions, Part II : Application in two dimensional array processing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(9): 4706-4718.
- [21] DELIGIANNIS A, LAMBOTHARAN S, CHAMBERS J. Beamforming for fully-overlapped two-dimensional Phased-MIMO radar[C]//2015 IEEE Radar Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015: 599-604.

(责任编辑: 苏磊)

Design of receiving array of two-dimensional nested hybrid MIMO phased-array radar

LIU Shuaiqi^{1,2}, WANG Buhong^{1,*}, LI Xia¹, LIU Xinbo¹, CAO Shuai³

1. Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China

2. Unit 93995 of the PLA, Xi'an 710306, China

3. Unit 93801 of the PLA, Xianyang 712200, China

Abstract: Division of the transmit array of the two-dimensional hybrid Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) phased-array radar will cause the problem of loss of Degrees of Freedom (DOF). This paper proposes a method for the design of the receiving array of the two-dimensional hybrid MIMO phased-array radar based on the two-dimensional nested array. A signal model for the radar is given, which consists of the sparse array and the dense array. Then by constructing the Khatri-Rao product of the covariance matrix of the receiving signal, virtual extension of array elements is achieved by forming the difference co-array. Direction of arrival estimation is conducted based on spatial smoothing. Simulation results demonstrate that the proposed method can improve degrees of freedom without increase of elements, and then improve DOF estimation accuracy of the two-dimensional hybrid MIMO phased-array radar.

Keywords: two-dimensional hybrid MIMO phased-array radar; two-dimensional nested array; difference co-array; Degrees of Freedom(DOF); estimation of arrival direction

Received: 2017-06-22; **Revised:** 2017-10-09; **Accepted:** 2017-11-19; **Published online:** 2018-01-31 13:19

URL: <http://hkxb.buaa.edu.cn/CN/html/20180415.html>

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61671465)

* **Corresponding author.** E-mail: wbhyl@aliyun.com