文章编号: 1000-6893(2002)03-0259-03

磁悬浮控制系统混沌预测

姚 宏[1], 郭 雷[2], 李学仁[3]
(1. 西安空军工程大学 工程学院基础部, 陕西 西安 710038)
(2. 西北工业大学 自控系 904 教研室, 陕西 西安 710072)
(3. 西安空军工程大学 科研部, 陕西 西安 710038)

CHAOS PREDICTION FOR MAGNETIC LEVITATION CONTROL SYSTEMS

YAO Hong[1], GUO Lei[2], LI Xu-ren[3]
(1. Basic Department, Xi'an Air Force University of Engineering, Xi'an 710038, China)
(2. Automata Department, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)
(3. Scientific Research Department, Xi'an Air Force University of Engineering, Xi'an 710038, China)

摘 要: 根据谐波平衡原理,理论上对非线性磁悬浮控制系统的倍周期分叉及混沌行为进行了分析,给出了系统产生倍周期分叉的近似条件,确定了系统混沌存在近似的位置,这为保证此系统实现稳定控制及优化控制器设计提出了一种有利的理论依据。

关键词: 磁悬浮; 控制系统; 混沌; 分叉; 预测
中图分类号: O482.5; O415.5 文献标识码: A

Abstract: Based on the harmonic balance principle, the saddle-node, the period-doubling bifurcation and chaos behavior are discussed in theory for a magnetic levitation control system. The approximate conditions, which determine the existence and onset zone of chaos in the system, are given. The results obtained may be helpful in design and control of the nonlinear magnetic levitation control system.

Key words: magnetic levitation; control system; chaos; bifurction; prediction

近 20 年来,已有越来越多的学者关注非线性动力学系统的混沌行为[1,2],并且对其从理论上和数值上提出了一些分析方法[3],揭示了一些系统,如:生命、化学、工程、物理等系统中复杂的动力学行为。但是,用这些方法处理工程实际问题时,结果往往不是令人满意的,这主要是由于混沌的不确定性所造成的,即对于给定的系统,当其产生混沌时,很难确定相应的参数值,这对系统的稳定性造成了很大的危害。磁悬浮控制系统由于具有无接触、无磨损、无润滑等特点已在航天飞行器、精密加工机床等领域得到了成功的应用。近年来有许多研究致力于将它应用于更广泛的领域[4],如:离心压缩机,航空喷气发动机等。然而,由于这方面的研究涉及电磁学、电子技术、控制理论、转子动力学等多门学科的交叉,同时又因旋转机械的复杂性,因此其理论研究难度很大,所以,大部分的分析研究都使用数值仿真和实验研究。近年来,已有一些文献开始讨论低维磁悬浮转子-轴承系统动力学行为[5],其模型有两种:一种是刚性转子;另一种是简单的 Jeffcott 转子系统,但对其混沌行为的研究甚少。根据实际磁悬浮控制系统复杂的动态特性,文献[6]已对其局部、全局分叉行为进行了研究,本文从确保实现稳定控制出发,基于谐波平衡原则,从理论上对磁悬浮控制系统混沌行为进行讨论,试图为此类系统实现稳定控制提供一种理论依据。

1 磁悬浮控制系统动力学模型[6]

假设 M 为被悬浮物体,根据磁悬浮系统复杂的动态特性,考虑水平方向,当采用电流控制时,其力学模型为

$$m\ddot{x}_{11} + c_1\dot{x}_{11} = F \tag{1}$$

式中: m 为质量; c_1 为阻尼系数。且

$$F = \frac{\mu_0 n^2 S}{4}\left[\left(\frac{I_0 - i}{d - x_{11}}\right)^2 - \left(\frac{I_0 + i}{d + x_{11}}\right)^2\right] \tag{2}$$

式中: μ_0 为真空磁导率; n 为线圈匝数; S 为磁极面积; I_0 为偏置电流; d 为标准间隙。控制电流[4]

$$L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + iR = U \tag{3}$$

设线圈的控制电压由线性控制律决定[5]

$$U = k_p x_{11} + k_d \dot{x}_{11} \tag{4}$$

收稿日期: 2001-06-11; 修订日期: 2001-07-26
文章网址: http://www.hkxb.net.cn/hkxb/2002/03/0259/

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n

且令

$$\left.\begin{aligned}&\frac{c_1}{m}=c,\ \frac{I_0^2\mu_0 n^2 S}{4md^3}=\beta,\ \frac{i}{I_0}=y_1,\ \frac{x_{11}}{d}=x_1\\&\frac{k_d d}{I_0}=a_d,\ \frac{k_p d}{I_0}=a_p,\ \frac{R}{L}=\alpha\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

则有

$$\ddot{x}_1+c\dot{x}_1=\beta\left[\left(\frac{1-y_1}{1-x_1}\right)^2-\left(\frac{1+y_1}{1+x_1}\right)^2\right]\tag{6}$$

$$\dot{y}_1=\alpha(a_d x_1+a_p x_1-y_1)\tag{7}$$

由于磁力为一个非线性函数, 且 $x_{11}\ll d$, $i\ll I_0$, 用幂级数展开, 有

$$F=c_{11}x_1+c_2y_1+c_3x_1^3+c_4x_1^2y_1\tag{8}$$

其中: $c_{11}=4\beta$, $c_2=-2\beta$, $c_3=8\beta$, $c_4=-6\beta$。再令: $r_1=x_1$, $r_2=\dot{x}_1$, $r_3=y_1$, 此系统的动力学模型为

$$\left.\begin{aligned}\dot{r}_1&=r_2\\\dot{r}_2&=4\beta r_1-cr_2-2\beta r_3+8\beta r_1^3-6\beta r_1^2 r_3\\\dot{r}_3&=\alpha(a_d r_2+a_p r_1-r_3)\end{aligned}\right\}\tag{9}$$

可见, 此非线性控制系统是一个含参(a_d, a_p)非线性动力系统。

2 系统的混沌行为

根据谐波平衡方法[7], 先将式(9)写成如下标准形式

$$\dot{\boldsymbol{r}}=\boldsymbol{P}\boldsymbol{r}-\boldsymbol{b}f_1(\boldsymbol{r},z)\qquad \boldsymbol{r}\in\mathbf{R}^l\tag{10}$$

式中: $\boldsymbol{P},\boldsymbol{b}$ 为矩阵; $f_1\in\mathbf{R}$ 为非线性项, 且假设($\boldsymbol{P},\boldsymbol{b}$)可控。令: $a_1=\alpha a_p$, $a_2=\alpha a_d$, 有

$$\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix}0&1&0\\4\beta&-c&-2\beta\\a_1&a_2&-\alpha\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}0\\-1\\0\end{bmatrix}$$

对于系统式(9), 设 $y=r_1$, 经过变换, 有

$$\dddot{y}+c\ddot{y}+(2\beta a_2-4\beta)\dot{y}+2\beta a_1 y+y^2[6\beta a y-(24\beta-6\beta a_2)\dot{y}]\left(\alpha-\frac{6y\dot{y}}{1+3y^2}\right)(\ddot{y}+c\dot{y}-4\beta y-8\beta y^3)=0\tag{11}$$

通过设系统的解

$$y_0(t)=A+B\sin\omega t,\ B>0,\ \omega>0\tag{12}$$

且根据谐波平衡准则

$$q(0)A+F_0(A,B,\omega)=0\tag{13}$$

$$q(\mathrm{j}\omega)B+F_{1R}(A,B,\omega)+\mathrm{j}F_{1I}(A,B,\omega)=0\tag{14}$$

式中: F_{1R}, F_{1I} 为相应于非线性函数 f_1 的截断富氏级数的谐波系数。其中 f_1 的富氏级数为 $f_1[y_0(t),Dy_0(t),\cdots,D^{n-1}y_0(t);z_{10}(t),\cdots,z_{m0}(t)]=F_0(A,B,\omega)+\sum_{k=1}^{\infty}[F_{1R}(A,B,\omega)\sin(k\omega t)+F_{1I}(A,B,\omega)\cos(k\omega t)]$ (15)

可得

$$(3a_1-4\alpha)A^2+3(3a_1-4\alpha)B^2+a_1-2\alpha=0\tag{16}$$

$$B\{[2\beta a_1-(\alpha+c)\omega^2]+\mathrm{j}\omega[(2\beta\alpha_2-4\beta)-\omega^2]+3A^2B[(6\beta a_1-8\beta\alpha)+\mathrm{j}\omega(6\beta a_2-24\beta)]B[-4\alpha\beta+\mathrm{j}\omega c\alpha]=0\tag{17}$$

由此导出

$$A^2=\frac{2\beta a_2-4\beta+c\alpha-\omega^2}{24\beta-6\beta a_2}\tag{18}$$

$$B^2=\frac{2\alpha-a_1-3(3a_1-4\alpha)A^2}{3(3a_1-4\alpha)}\tag{19}$$

其中频率 ω 满足方程

$$\omega^2[(3a_2-12)(\alpha+c)+(4\alpha-3a_1)]+12\beta a_1-32\alpha\beta+4\alpha\beta a_2-4c\alpha^2+3a_1c\alpha=0\tag{20}$$

根据谐波平衡方法可知, 系统若产生倍周期分叉必须附加一个条件[7]

$$q(\mathrm{j}\omega/2)+[\Delta F_{1R}(A,B,\omega)+\mathrm{j}\Delta F_{1I}(A,B,\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\theta}]=0\tag{21}$$

即考察系统式(14)解的可能摄动解

$$y_0(t)+\epsilon\Delta y=A+B\sin\omega t+\epsilon\sin\left(\frac{\omega}{2}t-\theta\right)\tag{22}$$

时所产生的附加项。其中: ϵ 为小量; θ 为摄动的延迟相位。这样, 对于系统式(11)有

$$\left[2\beta a_1-(\alpha+c)\frac{\omega^2}{4}\right]+\mathrm{j}\frac{\omega}{2}\left[2\beta a_2-4\beta)-\frac{\omega^2}{4}\right]+A^2\left[3(6\beta a_1-18\beta\alpha)-\mathrm{j}\frac{\omega}{2}(-6\beta a_2+24\beta)\right]+\left[(-4\alpha\beta)+\frac{c\alpha\mathrm{j}\omega}{2}\right]+\mathrm{j}\frac{B}{2}\left\{\left[3(6\beta a_1-18\beta\alpha)-\frac{\mathrm{j}\omega}{2}(-6\beta a_2+24\beta+\omega^2/2)\right]\right\}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\theta}=0\tag{23}$$

通过使用式(23)中的2个实方程, 可以消除 θ, 得到系统式(11)由倍周期分叉到混沌的参数条件。

至此, 从理论上给出了磁悬浮控制系统产生倍周期分叉近似参数条件。根据上述分析的结果, 在此对系统进行了数值仿真。通过仿真可知, 数值仿真得到系统倍周期运动是一个区域, 而理论上

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n

得到的系统产生倍周期分叉是一条近似曲线, 且总是贴近实际仿真得到的混沌区, 这一方面可以看出理论分析是近似的, 另一方面也可以用理论分析曲线找到系统产生混沌的近似位置, 从而对系统的混沌进行预测。下面, 给出仿真参数为 β= 1, a_1= 5, a_2= 2, 的结果(如图 1 所示) 。

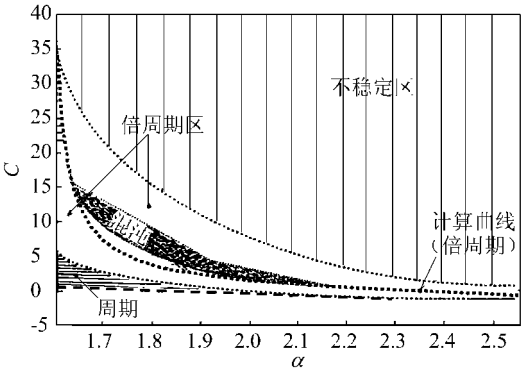


图 1　磁悬浮控制系统混沌及其它行为区域

Fig. 1　Chaos and other behavior regions of magnetic levitation control system

3　结　论

(1) 基于谐波平衡原则, 对磁悬浮控制系统的混沌行为进行了研究, 基于其状态方程, 理论上给出了此系统产生倍周期分叉(通往混沌道路) 的近似参数条件。

(2) 通过数值仿真, 获得了此系统产生混沌和其它行为的参数区域图, 即对此系统复杂的混沌行为进行了有效的预测, 这为保证此系统实现稳定控制提供有利的理论依据。

参　考　文　献

[1] Guckenheimer J, Holmes P. Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields[M]. New York: Springer Press, 1983.

[2] Wiggins S. Global bifurcations and chaos, analytical methods [M]. New York: Springer Press, 1988.

[3] Chua L O, Komuro M, Matsumoto T. The double scroll family [J]. IEEE Tran On Circ Syst, 1986, 33: 1072- 1118.

[4] Ichiju S, *et al*. Magnetic bearing-rotor system model[J]. JSME International Journal, Series 2, 1990, 33(1): 18- 26.

[5] Markus A, Ladislav K, *el at*. Performance of a magnetically suspended flywheel energy storage device[J]. IEEE Trans On Contr Sys Tech, 1996, 4(5): 494- 501.

[6] Yao H, Xu J X. The research on dynamical behavior and design about control parameters for nonlinear magnetic control system[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 1999, 12(1): 25- 29.

[7] Piccardi C. Bifurcation analysis via harmonic balance in periodic systems with feedback structure[J]. Int J Control, 1995, 62(6): 1507- 1515.

作者简介:



姚　宏(1963-)　女, 安徽人, 空军工程大学工程学院基础部副教授, 博士, 现在西北工业大学控制科学与工程博士后流动站工作。主要从事非线性动力学理论、应用及控制研究。Email: yyaohong@hotmail.com



郭　雷(1956-)　男, 山东人, 西北工业大学自动控制系教授, 博士, 主要从事视觉、图象、神经计算等智能信息处理方面的基础研究。



李学仁(1963—)　男, 山西人, 空军工程大学科研部副教授, 硕士。主要从事非线性控制、导航、制导等方面的研究。

(责任编辑: 李铁柏)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.n